

Ценность матричной игры принцип минимакса и его экономический анализ

Уткирбек Яхшликович Тураев
Бойхуроз Шермухаммедович Рахимов
Джизакский политехнический институт

Аннотация: Практически все управленческие решения и финансовые операции происходят в условиях неопределенности. Поэтому их результаты непредсказуемы. Следовательно, полезность решений, принимаемых одной стороной, приводит к конфликтным ситуациям другой стороны. Ниже приведены некоторые примеры решений задач на анализ нижнего и верхнего значений платежной матрицы.

Ключевые слова: матричная игра, платежная матрица, нижняя оценка игры, верхняя оценка игры, принцип минимакса, седловая точка игры.

The value of the matrix game minimax principle and its economic analysis

Utkirbek Yakhshlikovich Turaev
Boykhuroz Shermukhammedovich Rakhimov
Jizzakh Polytechnic Institute

Abstract: Almost all management decisions and financial transactions are carried out under conditions of uncertainty. Because of this, their results are unpredictable. Consequently, the usefulness of decisions taken by one side leads to conflict situations on the other side. There are enlightened some examples of solutions for analyzing the lower and upper estimates of the payment matrix in this article.

Keywords: matrix game, payout matrix, lower game score, higher game score, minimax principle, saddle point of the game.

Рассмотрим игру, в которой участвуют два игрока, A и B . У игроков противоположные цели. Успех одного из них гарантирует поражение другого. Достаточно проанализировать успех игрока A в этой игре.

Пусть игрок A имеет m стратегий $A_i, i = \overline{1, m}$, а игрок B имеет n стратегий $B_j, j = \overline{1, n}$. Такая игра называется игрой размерности $m \times n$.

Рассмотрим игру $m \times n$ с платежной матрицей

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{m1} & c_{m2} & \dots & c_{mn} \end{pmatrix}$$

Если игрок A выбирает стратегию A_i , то все его возможные выигрыши будут элементами i -й строки матрицы C .

Каждый положительный элемент c_{ij} платежной матрицы представляет собой сумму выигрыша игрока A при использовании соответствующих стратегий.

В худшем случае для игрока A , то есть когда игрок B использует стратегию, которая соответствует минимальному элементу этой строки, выигрыш игрока A равен числу

$$\min_{1 \leq j \leq n} c_{ij}$$

Следовательно, чтобы получить самый крупный выигрыш, игрок A должен выбрать одну из стратегий, которая максимизирует число

$$\min_{1 \leq j \leq n} c_{ij}$$

Число $\alpha = \max_{1 \leq i \leq m} \min_{1 \leq j \leq n} c_{ij}$ называется наименьшим счетом в игре.

Стратегия игрока A которая соответствует наибольшему из чисел

$$\min_{1 \leq j \leq n} c_{ij}$$

называется максимальной.

Следовательно, для игрока B нужно выбрать такую стратегию, чтобы число

$$\max_{1 \leq j \leq m} c_{ij}$$

было минимальным.

Число

$$\beta = \min_{1 \leq j \leq n} \max_{1 \leq i \leq m} c_{ij}$$

является наибольшим счетом игры, стратегия игрока B , соответствующая самому малому чисел

$$\max_{1 \leq j \leq m} c_{ij}$$

называется стратегией минимакса.

Значит, если игрок B применит стратегию минимакса, то он при любом случае не проиграет больше числа β .

Принцип предосторожности, который заставляет игроков использовать стратегии максимакс и минимакс, называется принципом «максимин» или «минимакс» соответственно, стратегии максимин и минимакс обобщенно называются «стратегиями минимакс».

Определение. Игра называется игрой с седловой точкой, если ее верхняя и нижняя оценки совпадают, т.е. если имеет место равенство

$$\alpha = \max_{1 \leq i \leq m} \min_{1 \leq j \leq n} c_{ij} = \min_{1 \leq j \leq n} \max_{1 \leq i \leq m} c_{ij} = \beta$$

Игра может иметь несколько седловых точек.

В игре с седловой точкой противники имеют равные шансы и оптимальные стратегии в игре означают такие “состояния равновесия”, в которых ни кому из игроков не выгодно отступать от своей оптимальной стратегии, так как игроку это не выгодно.

Суммарное значение высшей оценки игры для игры с седловой точкой называется базисом игры и обозначается

$$V = \alpha = \beta$$

Теперь рассмотрим элемент $c_{i_0j_0}$ платежной матрицы, который соответствует минимаксным стратегиям A_{i_0} и B_{j_0} для игры с седловой точкой. Этот элемент будет минимальным элементом в своей строке и максимальным элементом в своем столбце одновременно и выполняются равенства:

$$V = \alpha = \min_{1 \leq i \leq m} c_{ij} = \max_{1 \leq j \leq n} c_{ij} = \beta$$

Следовательно, выполняется равенство $c_{i_0j_0} = V$. Элемент $c_{i_0j_0}$ платежной матрицы называется седловой точкой.

Теперь, используя вышеизложенные понятия, рассмотрим примеры определения нижней и верхней оценок игры с платежной матрицей, оценки результатов финансовых операций с точки зрения дохода.

Пример 1. Найти нижнюю и верхнюю оценки игра с платежной матрицей

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 4 \\ 10 & 4 & 3 & 10 \\ -2 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Решение. Найдём наименьший элемент в каждой строке платежной матрицы и запишем его справа от матрицы. Найдём наибольший элемент в каждом столбце платежной матрицы. В результате имеем

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 4 \\ 10 & 4 & 3 & 10 \\ -2 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{matrix}$$

$$10 \quad 4 \quad 3 \quad 10$$

Нижняя оценка игры $\alpha = \max\{1, 3, -2\} = 3,$

Верхняя оценка игры $\beta = \min \{10, 4, 3, 10\} = 3,$
 $\alpha = \beta = \max_{1 \leq i \leq m} \min_{1 \leq j \leq n} c_{ij} = \min_{1 \leq j \leq n} \max_{1 \leq i \leq m} c_{ij} = 3.$

Пример 2. Найти нижнюю и верхнюю оценки игры с платежной матрицей

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ 5 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

Решение. Выполним действия, подобные в первом примере. В результате имеем

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ 5 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{matrix} -1 \\ 2 \\ -2 \\ 1 \end{matrix}$$

Нижняя оценка игры $\alpha = \max\{-1, 2, -2, 1\} = 2,$

Верхняя оценка игры $\beta = \min\{5, 4, 5\} = 4.$

$$C = \begin{pmatrix} 7 & 6 & 9 & 6 \\ 8 & 4 & 2 & 4 \\ 9 & 6 & 8 & 6 \end{pmatrix}$$

Пример 3.

Решение. Найдем числа $\alpha_i = \min_{1 \leq j \leq 4} c_{ij}, i = 1,2,3$ и $\beta_j = \max_{1 \leq i \leq 3} c_{ij}, j = 1,2,3,4$.

Будем иметь

$$\alpha_1 = 6, \alpha_2 = 2, \alpha_3 = 6 \quad \text{и} \quad \beta_1 = 9, \beta_2 = 6, \beta_3 = 9, \beta_4 = 6$$

Используя полученные результаты найдем нижнюю и верхнюю оценки игры:

$$\alpha = \max \alpha_i = \max(6; 2; 6) = 6, \alpha = \alpha_1 = \alpha_3 = 6,$$

$$\beta = \min \beta_j = \min(9; 6; 9; 6) = 6, \beta = \beta_2 = \beta_4 = 6.$$

Следовательно, $\alpha = \beta$, т.е. имеется седловая точка. Данные пары $(A_1; B_2), (A_1; B_4), (A_3; B_2)$ и $(A_3; B_4)$ считаются седловыми точками игры. Базис игры $V = \alpha = \beta = 6$

Пример 4. Используя матрицу доходов, определите решение, приносящее максимальный доход.

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

Решение. Если игрок A выберет стратегию A_1 тогда, он имеет самое мало доход в 3 единицы.

$$c_1 = \min(3; 5; 6) = 3;$$

Аналогично находим минимальный доход в остальных строках:

$$c_2 = \min(1; 2; 4) = 1;$$

$$c_3 = \min(2; 4; 5) = 2;$$

Итак, решение, обеспечивающее наибольший из найденных минимальных доходов $\max(c_1; c_2; c_3) = \max(3; 1; 2) = 3$; т.е. стратегия 1 будет иметь доход 3 единицы.

Заключение. Игра, являющаяся одной из математических моделей реальной конфликтной ситуации, анализируется по определенным правилам. В общем случае правила игры ходы сторон оценивают последовательность действий, ходы каждой стороны, объем информации о ходах противоположной стороны, а также результат игры.

Использованная литература

1. С.Отакулов, А.Мусаев. Математические методы в экономике. «Издательство инновационного развития» Ташкент, 2020.-259 стр.
2. Ломкова Е.Н., Эпов А.А. Экономико-математические модели управления производством. Учебное пособие. Волгоград, РПК "Политехник". 2005.-67с.
3. У.Я.Тураев. Электронная рабочая тетрадь как средство повышения эффективности организации самостоятельной работы студентов научный вестник НамГУ-научный вестник НамГУ, № 2, 2020, С. 409-414.
4. У.Я.Тураев, Б. Ш. Рахимов. Низкая и высокая оценка игры. Принцип минимакса. Актуальные проблемы и тенденции развития современных исследований, инноваций, техники и технологии. Сборник материалов республиканской научно-технической конференции–Джизак: ДжизПИ, 10-11 апреля 2020 года. Том 1. Стр. 407-409.
5. Останов К., Тураев У. Я., Рахимов Б. Ш. Об обучении учащихся основным методам решения квадратных неравенств //European science. – 2020. – №. 1 (50).
6. Останов К., Тураев У. Я., Рахимов Б. Ш. ИЗУЧЕНИЕ ПОНЯТИЯ «СЛУЧАЙНАЯ ВЕЛИЧИНА» И ЗАКОНЫ ЕЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ //ББК 72 С127. – 2019.
7. Неъматов А. Р., Рахимов Б. Ш., Тураев У. Я. СУЩЕСТВОВАНИЕ И ЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ВОЛЬТЕРРА //Ученый XXI века. – 2016. – Т. 6.

8. Неъматов А. Р., Рахимов Б. Ш., Тураев У. Я. EXISTENCE AND UNIQUENESS OF THE DECISION OF THE NONLINEAR EQUATION VOLTERRA //Учёный XXI века. – 2016. – №. 3-1 (16). – С. 3-6.

9. Rahimov B. S. H., Ne'matov A. R., Fayzullayev S. E. LAGRANJ FUNKSIYASIDAN FOYDALANIB VA'ZI MASALALARNI YECHISH HAQIDA //Archive of Conferences. – 2022. – С. 41-43.

10. Отакулов С., Рахимов Б. Ш. ОБ УСЛОВИЯХ УПРАВЛЯЕМОСТИ АНСАМБЛЯ ТРАЕКТОРИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ВКЛЮЧЕНИЙ //Журнал Физико-математические науки. – 2020. – Т. 1. – №. 3.

11. Отакулов С., Рахимов Б. Ш., Хайдаров Т. Т. Задача оптимизации квадратичной функции на неограниченном многогранном множестве //Science and Education. – 2020. – Т. 1. – №. 2. – С. 11-18.

12. Пардабаев А. и др. Различия между плоским и вакуумным коллекторами //актуальные вопросы современной науки и образования. – 2021. – С. 87-90.

13. Останов К. и др. НЕКОТОРЫЕ НЕСТАНДАРТНЫЕ СПОСОБЫ РЕШЕНИЯ ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ //ББК 72 Н106. – 2018.

14. Худойбердиев Ж. и др. Эксплуатация қилинаётган автомобиль йўллари кўприклари темирбетонли оралиқ қурилмаларини диагностикалаш усулларини такомиллаштириш //Science and Education. – 2022. – Т. 3. – №. 1. – С. 276-281.

15. Khudoyberdiev J. et al. Basis of monitoring of reinforced concrete bridges //Science and Education. – 2022. – Т. 3. – №. 2. – С. 126-131.

16. Khudoyberdiev J. et al. Dynamic testing of reinforced concrete bridges //Science and Education. – 2022. – Т. 3. – №. 2. – С. 120-125.

17. Xudoyberdiyev J. Z. Mamlakatimizda loyihalananayotgan ko'priklar qurilish ashyolarini, innovatsion yechimlarini ishlab chiqish va tatbiq etish //Science and Education. – 2022. – Т. 3. – №. 2. – С. 263-270.

18. Худойбердиев Ж. З., Шохрух У. Ў. А. Республикамиздаги автомобиль йўлларида ишлатиладиган грунтларнинг зичлик нормалари //Science and Education. – 2022. – Т. 3. – №. 2. – С. 401-407.6. Khudoyberdiev J. Z., Urazov A. M. THE DENSITY STANDARDS OF THE MOTORWAY GROUNDS //ББК 1 Р76. – 2019. – С. 107.

19. Товбоев Б. Х. и др. Проектирование цементбетонных дорожных покрытий в условиях сухого и жаркого климата //Молодой ученый. – 2016. – №. 6. – С. 208-210.

20. Товбоев Б. Х., Юзбоев Р. А., Зафаров О. З. Влияние конструктивных решений на трещиностойкость асфальтобетонных слоев усиления //Молодой ученый. – 2016. – №. 1. – С. 227-230.

21. Амиров Т. Ж., Зафаров О. З., Юсупов Ж. М. Трещины на асфальтобетонных покрытиях: причины образования и отрицательные последствия // Молодой ученый. – 2016. – №. 6. – С. 74-75.
22. Olmos Z., Elbek U. Main parameters of physical properties of saline soils along highways // Problems of Architecture and Construction. – 2020. – Т. 2. – №. 4. – С. 150-151.
23. Худайкулов Р. М., Каюмов А. Д., Зафаров О. З. Оценка влияния фильтрационного выщелачивания на свойства засоленных грунтов основании земляного полотна // Университетский комплекс как региональный центр образования, науки и культуры. – 2020. – С. 423-430.
24. Зафаров О. З., Эргашев Х. Х. Влияние капиллярного увлажнения на плотность засоленных грунтов // Academy. – 2021. – №. 5 (68). – С. 3-5.
25. Kayumov A., Zafarov O., Kayumov D. Water flow to the earth ground soil of automobile roads from atmospheric sediments // Problems of Architecture and Construction. – 2019. – Т. 2. – №. 1. – С. 103-107.
26. Hudaikulov R. et al. Filter leaching of salt soils of automobile roads // E3S Web of Conferences. – EDP Sciences, 2021. – Т. 264. – С. 02032.
27. Каюмов А. Д., Зафаров О. З., Каюмов Д. А. Приток воды в грунт земляного полотна автомобильных дорог от атмосферных осадков // ME' MORCHILIK va QURILISH MUAMMOLARI. – 2019. – С. 103.
28. Kayumov Abdubaki Djalilovic A. D., Zafarov O. Z., Saidbaxromova N. D. Basic parameters of physical properties of the saline soils in roadside of highways // Central Asian Problems of Modern Science and Education. – 2019. – Т. 4. – №. 2. – С. 30-35.
29. Зафаров О. З., Ирискулова К. Автомобиль йўллари лойиҳалашда муҳандис-геологик қидирувларни ўзига ҳослиги // Science and Education. – 2022. – Т. 3. – №. 1. – С. 180-186.
30. Зафаров О. З., Махкамов З. Т. изучение влияния капиллярного увлажнения на плотность засоленных грунтов // Science and Education. – 2022. – Т. 3. – №. 2. – С. 328-333.
31. Zafarov O. Z. et al. Avtomobil yo'llari maydonlarining zichlik standartlari // Science and Education. – 2022. – Т. 3. – №. 2. – С. 287-292.
32. Зафаров О. З., Бобожонов Р. Т., Мардиев А. Муҳандис-геологик қидирув ишларини ташкил этиш // Science and Education. – 2022. – Т. 3. – №. 2. – С. 320-327.
33. Зафаров О. З., Мустафоқулов М. М. Ў., Оқилов З. О. Ў. Йўл пойининг ишончилигини таъминлаш // Science and Education. – 2022. – Т. 3. – №. 2. – С. 305-311.

34. Zafarov O. Z., Murtazaev B. A. Mamlakatimiz xududlaridagi avtomobil yo'llarini zamonaviy ko'lamzorlashtirish //Science and Education. – 2022. – Т. 3. – №. 2. – С. 279-286.
35. Zafarov O. Z., Irisqulova K. N. Q. Modern technologies of road construction //Science and Education. – 2022. – Т. 3. – №. 2. – С. 312-319.
36. Irisqulova K. N., Zafarov O. Z. CONSTRUCTION OF HIGHWAYS IN SALINE SOILS //Academy. – 2021. – №. 8 (71). – С. 27-29.
37. Хамракулова Э. О. Изучение состояния вопроса утилизации строительных отходов из бетонных и железобетонных конструкций в Узбекистане //Science and Education. – 2022. – Т. 3. – №. 2. – С. 393-400.
38. Хамракулова, Е. О. (2022). ТЕХНИКА FANLARINI O'QITISHDA AXBOROT-KOMMUNIKATIV TEXNOLOGIYALARDAN FOYDALANISH. Academic research in educational sciences, 3(TSTU Conference 1), 177-182.
39. Omonovna H. E. CHARACTERISTICS OF USING PEDAGOGICAL TECHNOLOGIES IN EDUCATION SYSTEM //Academy. – 2020. – №. 12 (63).
40. Исроилов О. Б. «ПОМИДОР»-МЕТОДИКА, КОТОРАЯ УСКОРЯЕТ ПРОЦЕСС ОБУЧЕНИЯ, ПОВЫШАЕТ КАЧЕСТВО ОБУЧЕНИЯ И САМООБУЧЕНИЯ //Academy. – 2020. – №. 12 (63).
41. Хидоятуллаев Х. Х. Автомобил йўллари тоннелларини оқова ва сизот сувларидан сақлаш //Science and Education. – 2022. – Т. 3. – №. 2. – С. 255-262.
42. Уришбаев Э. Э. У. МЕТОДИКА УЛУЧШЕНИЯ СВОЙСТВ ДОРОЖНОГО БИТУМА С ПРИМЕНЕНИЕМ МИНЕРАЛЬНОГО ПОРОШКА ИЗ ПРИРОДНОГО СЛАНЦА //Academy. – 2020. – №. 12 (63).
43. Olmos Z., Elbek U. MAIN PARAMETERS OF PHYSICAL PROPERTIES OF SALINE SOILS ALONG HIGHWAYS //Problems of Architecture and Construction. – 2020. – Т. 2. – №. 4. – С. 150-151.
44. Уришбаев Э. Э. Ў., Махамматов Ш. Д. Ў., Равшанов М. З. Ў. Республикамизда ишлаб чиқарилаётган боғловчи битум материалларининг хусусиятлари //Science and Education. – 2022. – Т. 3. – №. 2. – С. 382-388.
45. Urishbayev E. E. O. G. L. Effect of mineral powder extracted from mountain ash on asphalt concrete mixtures //Science and Education. – 2022. – Т. 3. – №. 2. – С. 230-235.
46. Urishbayev E. E. O. G. L. Direct effects on roads in the process of development of transport logistics in Uzbekistan //Science and Education. – 2022. – Т. 3. – №. 1. – С. 271-275.
47. Urishbayev E. E. O. G. L. Direct effects on roads in the process of development of transport logistics in Uzbekistan //Science and Education. – 2022. – Т. 3. – №. 1. – С. 271-275.

48. Эрбоев Ш.О. Темир йўл кўприкларига носозликларни аниқлаш // Тошкент темир йуллари мухандислик институти АХБОРОТИ чорак журнали Toshtymi AXBOROT №2 / 2015. 28-31 б.

49. Smith M.J., Goodyear D. A practical look at creep and shrinkage in bridge design //PSI Journal.-1988. – V.33. - №3. – May/ June. – pp. - 108 - 121 б.

50. Тынков И.Б., Низамутдинова Р.З. Причины появления повреждений в железобетонных пролетных строениях, эксплуатируемых в условиях Средней Азии // Эксплуатационная надежность инженерных сооружений при сложных нагружениях и воздействиях внешней среды. - Ташкент, 1990.- 40 б.

51. Ганиев И. Г., Соатова Н.З., Эрбоев Ш.О. Автомобил йўллари кўприклари бетон ва арматурасида коррозия жараёни // Научных труды республиканская научно - технический конференции с участием зарубежных ученых «Ресурсосберегающие технологии на железнодорожном транспорте» Тошкент 23 декабр 2010 г. – 77-79 б.

52. Гузеев Е.А, Механика разрушения в оценке долговечности бетона. Бетон и железобетон. 1997. №5. – 36-37 б.

53. Уткин В.С., Уткин Л.В. Определение надежности железобетонных элементов при наличии в них силовых трещин, нормальных к продольной оси // Бетон и железобетон, 1990. - №1(496). – 15-17 б.

54. Ишанходжаев А.А., Эрбоев Ш. О. Классификация пролетных строений по прочности при сейсмических воздействиях // «Меъморчилик ва курилиш муаммолари» Сам ДАКИ №4/2018. – 16-18 б.

55. Эрбоев Ш.О. Оценка эксплуатационной пригодности элементов пролетных строений // Механика муаммолари» №1/2010. – 47-49 б.

56. Erboyev Sh. O. Organizational and structural measures to improve the process of operation concrete span // European science review № 9–10 September–October Vienna 2016. – 184-186 б.

57. Равшанов Ж. Р. У. Ремонтные работы на автомобильных дорогах с цементно-бетонным покрытием //Academy. – 2021. – №. 5 (68). – С. 18-21.

58. Ravshan o'g R. J. et al. Basic parameters of physical properties of the saline soils in roadside of highways. the density standards of the motorway grounds //Technium Conference. – 2021. – Т. 8. – С. 27.03. 2021-13: 00 GMT (6 min).

59. Ravshan o'g R. J. et al. The impact of road pavement condition on the quality of summer time accommodation //Technium Conference. – 2021. – Т. 8.

60. Товбоев Б., Юзбоев Р., Равшанов Ж. Применение многослойных (трехслойных) пластинок в транспортных зданиях и сооружениях //Science and Education. – 2021. – Т. 2. – №. 12. – С. 287-293.

61. Равшанов Ж. Р. Ў. Автомобил йўлларида ишлатиладиган асфалт қоришмалардан фойдаланиш хусусиятлари //Science and Education. – 2022. – Т. 3. – №. 1. – С. 255-260.
62. ўғли Равшанов Ж. Р. и др. Автомобил йўлларида ишлатиладиган асфалт қоришмалардан фойдаланиш хусусиятлари //Science and Education. – 2022. – Т. 3. – №. 1. – С. 255-260.
63. Равшанов Ж. Р. Ремонтные работы на автомобильных дорогах с цементно-бетонным покрытием.
64. Уришбаев Э. Э. У. МЕТОДИКА УЛУЧШЕНИЯ СВОЙСТВ ДОРОЖНОГО БИТУМА С ПРИМЕНЕНИЕМ МИНЕРАЛЬНОГО ПОРОШКА ИЗ ПРИРОДНОГО СЛАНЦА //Academy. – 2020. – №. 12 (63).
65. Olmos Z., Elbek U. MAIN PARAMETERS OF PHYSICAL PROPERTIES OF SALINE SOILS ALONG HIGHWAYS //Problems of Architecture and Construction. – 2020. – Т. 2. – №. 4. – С. 150-151.
66. Уришбаев Э. Э. Ў., Махамматов Ш. Д. Ў., Равшанов М. З. Ў. Республикамизда ишлаб чиқарилаётган боғловчи битум материалларининг хусусиятлари //Science and Education. – 2022. – Т. 3. – №. 2. – С. 382-388.
67. Urishbayev E. E. O. G. L. Effect of mineral powder extracted from mountain ash on asphalt concrete mixtures //Science and Education. – 2022. – Т. 3. – №. 2. – С. 230-235.
68. Urishbayev E. E. O. G. L. Direct effects on roads in the process of development of transport logistics in Uzbekistan //Science and Education. – 2022. – Т. 3. – №. 1. – С. 271-275.
69. Urishbayev E. E. O. G. L. Direct effects on roads in the process of development of transport logistics in Uzbekistan //Science and Education. – 2022. – Т. 3. – №. 1. – С. 271-275.
70. Мурадов З. М. Исследование прочности бетона с учетом нелинейности деформирования с помощью современных средств электроники //Academy. – 2020. – №. 12 (63).
71. Каракулов Х. М., Муродов З. М. Базальт—основа современных композитных строительных материалов //ббк. – 2019. – Т. 1. – С. 121
72. Муродов З. Обеспечение теплофизических свойств оконных конструкций //Advances in Science and Technology. – 2019. – С. 173-174.
73. Каракулов Х. М. и др. Технологические методы улучшения долговечности бетонов в условиях сухого жаркого климата Узбекистана на примере Джизакской области //БСТ: Бюллетень строительной техники. – 2020. – №. 8. – С. 24-26.

74. Мурадов З. М. К расчёту прочности бетона с учетом нелинейности деформирования на основе механики разрушения //Science and Education. – 2022. – Т. 3. – №. 2. – С. 367-374.