

Navier-Stoks tenglamasi yordamida gidrodinamik masalalarni sonli modellashtirish usuli

Nuriddin Sa'dulla o'g'li Xolsaidov
nuriddin0924@gmail.com
Termiz davlat universiteti

Annotatsiya: Navier-Stoks tenglamalari siqilmaydigan suyuqliklar harakatini boshqaradigan qisman differentsial tenglamalardir. Bu tenglamalar suyuqliklar mexanikasining asosiy tenglamalarini tashkil qiladi. Suyuqlikning harakati turli xil xususiyatlar bilan boshqariladi. Suyuqlik oqimining xatti-harakatlarini yoritish va matematik modelni ishlab chiqish uchun ushbu xususiyatlar fizik va raqamli soha o'rtasidagi o'tishni ta'minlash uchun aniq belgilanishi kerak.

Kalit so'zlar: Navier-Stoks, suyuqlik, bosim, tenglama, zichlik, sonli usul

A method of numerical modeling of hydrodynamic problems using the Navier-Stokes equation

Nuriddin Sadulla o'glu Kholsaidov
nuriddin0924@gmail.com
Termiz State University

Abstract: The Navier-Stokes equations are partial differential equations governing the motion of incompressible fluids. These equations form the basic equations of fluid mechanics. Fluid movement is governed by various properties. In order to elucidate fluid flow behavior and develop a mathematical model, these properties must be clearly defined to provide a transition between the physical and numerical domains.

Keywords: Navier-Stokes, fluid, pressure, equation, density, numerical method

Tezlik, bosim, harorat, zichlik va yopishqoqlik suyuqlik oqimi tekshiruvini o'tkazishda bir vaqtning o'zida e'tiborga olinishi kerak bo'lgan asosiy xususiyatlardir. Yonish, ko'p fazali oqim, turbulentslik va massa tashish kabi jismoniy hodisalarga ko'ra, bu xususiyatlar juda xilma-xil bo'lib, kinematik, transport, termodinamik va boshqa turli xil xususiyatlarga bo'linadi.

Boshqaruvchi tenglamalar bilan yo'naltirilgan termosuyuqlik hodisalari saqlanish qonunlariga asoslanadi. Navier-Stoks (NS) tenglamalari dinamik va/yoki termal o'zaro ta'sirlar paytida ushbu xususiyatlarning o'zgarishini tekshirish uchun keng

qo'llaniladigan matematik modelni tashkil qiladi. Tenglamalar masala mazmuniga qarab sozlanishi va massa, impuls va energiyaning saqlanish tamoyillari asosida ifodalanadi.

- Massaning saqlanishi: uzluksizlik tenglamasi
- Impulsning saqlanishi: Nyutonning ikkinchi qonuni
- Energiyani saqlash: Termodinamikaning birinchi qonuni yoki energiya tenglamasi

Navier-Stoks tenglamalarining ifodasini faqat impulsning saqlanishi uchun aniqlagan bo'lsa-da, ularning ba'zilari fizik xususiyatlarni saqlashning barcha tenglamalaridan ham foydalanadilar. Oqim sharoitlariga kelsak, NS tenglamalari muammoning murakkabligi ortib yoki kamayib boradigan ijobiy yechimlarni ta'minlash uchun qayta tartibga solinadi. Masalan, Reynoldsning oldindan hisoblangan soni bo'yicha turbulentslikning raqamli holati ishonchli natijalarga erishish uchun tegishli turbulent modelni qo'llashni talab qiladi.

Massaning saqlanishi

Nazorat hajmidagi massani yaratish ham, yo'q qilish ham mumkin emas. Massaning saqlanishi shuni ko'rsatadiki, tizim bo'ylab kirish va chiqish o'rtasidagi massa oqimi farqi nolga teng :

$$\frac{D\rho}{Dt} + r(\nabla \cdot \vec{V}) = 0 \quad (1)$$

Qayerda r zichlik, V tezlik va gradient operatoridir ∇ ;

$$\vec{\nabla} = \vec{i} * \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} * \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} * \frac{\partial}{\partial z} \quad (2)$$

Zichlik doimiy bo'lsa-da, suyuqlik siqilmaydi deb hisoblanadi. Keyinchalik, uzluksizlik quyidagi tarzda soddalashtiriladi, bu barqaror holat jarayonini ko'rsatadi:

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \rightarrow \nabla \cdot \vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

Impulsning saqlanishi

Momentum harakatdagi massani tavsiflaydi va jismning massasi va tezligi o'rtasidagi mahsulot sifatida o'lchanadi. Boshqaruv hajmidagi impuls doimiy bo'lib qolsa, impulsning saqlanishi impulsning yaratilmagan yoki yo'q qilinmaganligini bildiradi. U faqat Nyuton qonunlariga asoslangan kuchlar ta'sirida o'zgarishi mumkin.

Tavsif Nyutonning ikkinchi harakat qonunining ifodasiga muvofiq tuzilgan:

$$F = m * a \quad (4)$$

Qayerda F har qanday zarrachaga qo'llaniladigan aniq kuch, a tezlanish hisoblanadi, va m massa hisoblanadi. Suyuqlik holatida zarrachaning hajmi bo'yicha tenglamani quyidagicha ifodalash qulay:

$$r * \frac{DV}{Dt} = f = f_b o dy + f_s u r f a c e \quad (5)$$

qaysi ichida f suyuqlik zarrachasiga hajm birligiga ta'sir qiladigan kuch va $f_b o dy$ suyuqlik zarralarining butun massasiga qo'llaniladigan kuch quyida keltirilgan:

$$f_b o dy = r * g \quad (6)$$

qayerda g tortishish tezlanishi hisoblanadi. Suyuqlik zarralari yuzasi orqali o'tkaziladigan tashqi kuchlar, *fsurf ace* bosim va yopishqoq kuchlar orqali quyidagicha ifodalanadi:

$$f_s u r f a c e = \nabla \cdot \tau_{ij} = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} = f_{p r e s u r e} + f_{v i s c o u s} \quad (7)$$

qayerda τ_{ij} Stokes tomonidan berilgan Nyuton yopishqoq suyuqlikning umumiy deformatsiya qonuniga ko'ra, τ_{ij} sifatida ifodalanadi:

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \delta_{ij}\lambda \nabla \cdot V \quad (8)$$

Demak, Nyutonning harakat tenglamasini quyidagi ko'rinishda ko'rsatish mumkin:

$$\frac{\rho DV}{Dt} = \rho g + \nabla * \tau_{ij} \quad (9)$$

(8) tenglamani (9) ga almashtirish natijasida bitta tenglamada Nyuton yopishqoq suyuqligining Navier-Stoks tenglamalari olinadi:

$$\underbrace{p * \frac{DV}{Dt}}_I = \underbrace{\rho g}_{II} + \underbrace{\nabla * p}_{III} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} * [\mu(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}) + \delta_{ij}\lambda * \nabla \cdot V]}_{IV} \quad (10)$$

I: Impuls konvektsiyasi

II: Massa kuchi

III: Yuzaki kuch

IV: yopishqoq kuch

statik bosim qaerda p va tortishish kuchi $p\vec{g}$. (10) tenglama o'tkinchi va siqiladigan suyuqlik va oqim maydonlari uchun qulaydir. D/Dt muhim hosilani quyidagicha ko'rsatadi:

$$\frac{DQ}{Dt} = \frac{\partial Q}{\partial t} + u * \frac{\partial Q}{\partial x} + v * \frac{\partial Q}{\partial y} + w * \frac{\partial Q}{\partial z} = \frac{\partial Q}{\partial t} + V \cdot \nabla Q \quad (11)$$

Agar suyuqlikning zichligi doimiy bo'lsa, tenglamalar juda soddalashtiriladi, bunda yopishqoqlik koeffitsienti m doimiy deb qabul qilinadi va $\nabla \cdot V = 0$ (10) tenglamada. Shunday qilib, siqilmaydigan uch o'lchovli oqim uchun Navier-Stokes tenglamalari quyidagicha ifodalanishi mumkin:

$$\frac{\rho DV}{Dt} = \rho g - \nabla p + \mu \nabla^2 V \quad (12)$$

Tezlik bo'lganda har bir o'lchov uchun $V(u, v, w)$:

$$r * \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u * \frac{\partial u}{\partial x} + v * \frac{\partial u}{\partial y} + w * \frac{\partial u}{\partial z} \right) = rg_x - \frac{\partial p}{\partial x} + m * \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (13)$$

$$r * \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u * \frac{\partial v}{\partial x} + v * \frac{\partial v}{\partial y} + w * \frac{\partial v}{\partial z} \right) = rg_y - \frac{\partial p}{\partial y} + m * \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (14)$$

$$r * \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u * \frac{\partial w}{\partial x} + v * \frac{\partial w}{\partial y} + w * \frac{\partial w}{\partial z} \right) = rg_z - \frac{\partial p}{\partial z} + m * \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (15)$$

p, u, v va w uzluksizlik tenglamasi va chegara shartlarini qo'llash orqali yechim izlanadigan noma'lumlar. Bundan tashqari, agar muammoda har qanday termal o'zaro ta'sir mavjud bo'lsa, energiya tenglamasini hisobga olish kerak.

Energiyani tejash

Energiyani tejash termodinamikaning birinchi qonuni bo'lib, tizimga qo'shilgan ish va issiqlik yig'indisi tizimning umumiy energiyasini ko'payishiga olib keladi:

$$dEt = dQ + dV \quad (16)$$

qayerda dQ tizimga qo'shilgan issiqlik, dV tizimda bajarilgan ish va dEt -tizimning umumiy energiyasidagi o'sish. Energiya tenglamalarining keng tarqalgan turlaridan biri:

$$r * \left[\underbrace{\frac{\partial h}{\partial t}}_I + \underbrace{\nabla * (hV)}_{II} \right] = \underbrace{-\frac{\partial p}{\partial t}}_{III} + \underbrace{\nabla * (k\nabla T)}_{IV} + \underbrace{\phi}_{V} \quad (17)$$

Qayerda h entalpiya va k issiqlik o'tkazuvchanligi hisoblanadi.

I: Vaqt o'tishi bilan mahalliy o'zgarishlar

II: Konvektiv atama

III: Bosim bilan ishlash

IV: Issiqlik oqimi qaerda

V: Issiqlik tarqalish muddati

Analitik va sonli usul

Navier-Stokes tenglamalari turli xil murakkabliklarga ega bo'lgan chiziqli bo'lmagan tuzilishga ega va shuning uchun bu tenglamalar uchun aniq echimni amalga oshirish qiyin. Shunday qilib, tenglamalarni mumkin bo'lgan yechimga aylantirish uchun turli xil taxminlar talab qilinadi.

Matematik model faqat butun jarayonning bir qismi bo'lgan parametrlar o'rtasidagi bog'liqlikni beradi. Demak, Navier-Stoks tenglamalarini yechish analitik yoki sonli usullar bilan amalga oshirilishi mumkin. Boshqa tomondan, suyuqlik dinamikasidagi deyarli har bir holat matematik modeldagi chiziqli bo'lmagan va murakkab tuzilmalarni o'z ichiga oladi, ularni e'tiborsiz qoldirib bo'lmaydi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. White, Frank (1991). Viscous Fluid Flow. 3rd Edition. McGraw-Hill Mechanical Engineering. ISBN-10: 0072402318.
2. Stokes, George (1851). "On the Effect of the Internal Friction of Fluids on the Motion of Pendulums". Transactions of the Cambridge Philosophical Society. 9: 8–106.
3. White, Frank (2002). Fluid Mechanics. 4th edition. McGraw-Hill Higher Education. ISBN: 0-07-228192-8.

4. Cebeci, T., Shao, J.P., Kafyeke, F., Laurendeau, E (2005). Computational Fluid Dynamics for Engineers. Horizon Publishing Inc. ISBN: 0-9766545-0-4.