

Механика масалаларини компьютер технологиялари асосида ечиш

Талибжон Мамасолиевич Сабиржанов

talibjan1956@mail.ru

Фарғона политехника институти

Аннотация: Мақолада «Механика» фани масаларининг математик модели тузилган ва *Mathcad* дастурларида ечилган. Эркинлик даражаси иккига тенг бўлган манипуляторнинг ҳаракати таҳлил қилинган. Мақола илмий жиҳатидан жуда аҳамиятли бўлиб, Олий ўқув юрти талабалари қўлланма сифатида фойдаланиши мумкин.

Калит сўзлар: статика, кинематика, динамика, эркинлик даражаси, ҳаракат қонуни, манипулятор

Solving problems of mechanics using computer technology

Talibjon Mamasoliyevich Sabirjanov

talibjan1956@mail.ru

Fergana Polytechnic Institute

Abstract: The article attempts to compile a mathematical model for solving problems of mechanics using *Mathcad*. The dynamics of a manipulator with two degrees of freedom is analyzed. The article has a scientific basis and can be used as a methodological manual for university students.

Keywords: statics, kinematics, dynamics, degree of freedom, law of motion, manipulator

Механика масалаларини ечишда *Maple* ва *Mathcad* дастурларидан фойдаланиш катта аҳамиятга эга. Чунки статика масалаларидаги кўп сонли чизиқли тенгламаларини ечишни автоматлаштириш мумкин бўлса, кинематика ва динамика масалаларида моддий нуқта ва жисмларнинг ҳаракатини текисликда ва фазода ўрганиш учун график тасвирлаш ва анимацияни қўллаш уларни чуқур ўрганишга ёрдам беради[1].

Эркинлик даражаси иккига тенг бўлган манипуляторларнинг кинематик ва динамик ҳисобларини *Mathcad* математик дастурлаш пакетида бажариб кўрамыз[2]. Ҳисоблашлар тажриба ишлари кўринишида берилган ва ўқувчиларга текис механизмларнинг ҳаракатини тадқиқ қилишга ўргатади.

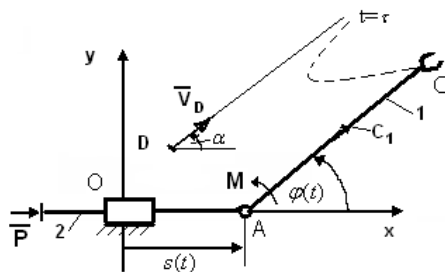
Горизонтал хОу текисликда ҳаракатланувчи, эркинлик даражаси иккига тенг бўлган манипулятор механик система сифатида қаралади(1-расм). Унинг геометрик ва динамик параметрлари берилган бўлиб, кинематик жуфтликлардаги ишқаланиш кучлари ва элементларнинг деформациялари ҳисобга олинмайди.

Бошқарув двигателининг қуввати, С панжанинг ва D детални τ вақт оралигидаги ушлаш учун сарфланадиган куч аниқлансин.

Детал кўрсатилган йўналишда V_D ўзгармас тезлик билан тўғри чизиqli ҳаракат қилади. Манипуляторнинг бошланғич ҳолати s_0, φ_0 умумлашган координаталарда, деталники эса - декарт координаталари x_{D0}, y_{D0} да берилган. Вақтнинг $t = \tau$ пайтида манипулятор панжаси ва детал координаталари орасидаги фарқ чексиз кичик миқдор δ ни ташкил қилиши шарт. Кўрилатган манипулятор учун параметрларнинг қуйидаги қийматлари олинган: $AC = l = 1\text{ м}$ 1-звенонинг узунлиги; $AC_1 = l_1 = 0,5\text{ м}$ 1-звенонинг оғирлик марказигача бўлган масофа; $m_1 = 3\text{ кг}$, $m_2 = 2\text{ кг}$ звеноларнинг массаси; $I_1 = 0,8\text{ кг}\cdot\text{м}^2$ 1-звенонинг ҳаракат текислигига нисбатан перпендикуляр ўққа нисбатан инерция моменти; $V_D = 2\text{ м/с}$ деталнинг тезлиги; $\alpha = 0\text{ рад.}$, $\tau = 1\text{ с}$ -яқинлашиш вақти; $x_{D0} = 0$, $y_{D0} = 0,5\text{ м}$, $s_0 = 0$, $\varphi_0 = -\pi/4\text{ рад.}$ бошланғич шартлар.

Аниқлансин:

- а) бошқарув кучи $P(t)$ ва момент $M(t)$;
- б) двигателларнинг қувватини $N_1(t)$ и $N_2(t)$;
- в) умумлашган координаталар $s(t)$, $\varphi(t)$ ва декарт координата x_C, y_C ларнинг вақт бўйича ўзгариш қонунини.



1-расм. Эркинлик даражаси иккига тенг бўлган манипулятор.

Системанинг ҳаракат дифференциал тенгламаларини Лагранжнинг II-тур тенгламалари кўринишида чиқарамиз

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{s}} - \frac{\partial T}{\partial s} = Q_s, \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = Q_\varphi, \quad (1)$$

бунда T -кинетик энергия, Q_s, Q_φ - умумлашган координаталарга $s(t), \varphi(t)$ мос келувчи умумлашган кучлар. Ўзгарувчининг тепасидаги нуқта вақт бўйича ҳосилани билдиради.

Системанинг кинетик энергияси T ни умумлашган тезликлар $\dot{s}, \dot{\varphi}$ ва умумлашган координаталар s, φ орқали ҳисоблаймиз. Бу энергия звеноларнинг кинетик энергияларининг йиғиндисидан иборат. 1-звено текис параллел ҳаракат қилгани учун унинг кинетик энергияси Кёниг теоремаси орқали аниқланади

$$T_1 = \frac{m_1 V_{C_1}^2}{2} + \frac{I_1 \omega_1^2}{2}, \quad (2)$$

бу ерда V_{C_1} - массалар маркази C_1 нинг тезлиги, $\omega_1 = \dot{\varphi}$ - 1-звенонинг бурчакли тезлиги.

2-звено илгариланма ҳаракат қилгани учун унинг кинетик энергияси қуйидагича бўлади

$$T_2 = \frac{m_2 V_2^2}{2}, \quad (3)$$

Бунда $V_2 = \dot{S}$ - 2-звенонинг тезлиги.

C_1 нуқтанинг тезлиги координаталар усулида аниқланади. 1-шаклга асосан, унинг координаталари

$$x_{C_1} = s + l_1 \cos \varphi, \quad y_{C_1} = l_1 \sin \varphi.$$

Вақт бўйича бир марта ҳосила олиб,

$$V_{C_1}^2 = (\dot{s} - l_1 \dot{\varphi} \sin \varphi)^2 + (l_1 \dot{\varphi} \cos \varphi)^2 = \dot{s}^2 + l_1^2 \dot{\varphi}^2 - 2l_1 \dot{s} \dot{\varphi} \sin \varphi \quad (4)$$

ни ҳосил қиламиз. У ҳолда кинетик энергияни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$T = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \dot{s}^2 + \frac{1}{2} (m_1 l_1^2 + I_1) \dot{\varphi}^2 - m_1 l_1 \dot{s} \dot{\varphi} \sin \varphi. \quad (5)$$

Умумлашган куч Q_s ни ҳисоблаш учун системага ҳаёлан $\varphi = const$ боғланиш берамиз ва системага \dot{S} мумкин бўлган кўчишдаги тезлик бериб, актив кучларнинг мумкин бўлган кўчишдаги қувватларини ҳисоблаймиз

$$N_s = P \cdot \dot{s} = Q_s \cdot \dot{s}$$

бундан

$$Q_s = P. \quad (6)$$

Худди шундай, системага ҳаёлан $s = const$ боғланиш берамиз ва системага $\dot{\varphi}$ мумкин бўлган кўчишдаги тезлик бериб, актив кучларнинг мумкин бўлган кўчишдаги қувватларини ҳисоблаймиз,

$$N_\varphi = M \cdot \dot{\varphi} = Q_\varphi \cdot \dot{\varphi}$$

бундан

$$Q_\varphi = M. \quad (7)$$

(5)га кўра, Лагранжнинг II-тур тенгламаларининг қўшилувчиларини ҳисоблаймиз

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \dot{s}} &= (m_1 + m_2)\dot{s} - m_1 l_1 \dot{\varphi} \sin \varphi, \quad \frac{\partial T}{\partial s} = 0; \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{s}} &= (m_1 + m_2)\ddot{s} - m_1 l_1 \ddot{\varphi} \sin \varphi - m_1 l_1 \dot{\varphi}^2 \cos \varphi; \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = (m_1 l_1^2 + I_1)\dot{\varphi} - m_1 l_1 \dot{s} \sin \varphi, \\ \frac{\partial T}{\partial \varphi} &= -m_1 l_1 \dot{s} \dot{\varphi} \cos \varphi; \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} &= (m_1 l_1^2 + I_1)\ddot{\varphi} - m_1 l_1 \ddot{s} \sin \varphi - m_1 l_1 \dot{s} \dot{\varphi} \cos \varphi. \end{aligned} \quad (8)$$

(6-8)ларни (1) тенгламаларга қўйиб, P ва M бошқарувчи кучларнинг қийматини ҳисоблаймиз:

$$\begin{aligned} (m_1 + m_2)\ddot{s} - m_1 l_1 \ddot{\varphi} \sin \varphi - m_1 l_1 \dot{\varphi}^2 \cos \varphi &= P; \quad (9) \\ (m_1 l_1^2 + I_1)\ddot{\varphi} - m_1 l_1 \ddot{s} \sin \varphi &= M. \end{aligned}$$

Ҳаракат дастури. Манипулятор панжасининг ҳаракатини бошқариш деганда, олдиндан белгиланган координаталари ва уларнинг ҳосилалари вақтнинг ҳар бир қисмида нолга тенг, яъни

$$\Delta x + T^* \Delta \dot{x} = 0, \quad \Delta y + T^* \Delta \dot{y} = 0, \quad (10)$$

бунда $\Delta x = x_D - x_C$, $\Delta y = y_D - y_C$ - детал D ва манипулятор панжаси C нинг белгиланган координаталари; $T^* = \text{const}$ - бошқариш коэффиценти. (10)ни интеграллаб,

$$\Delta x = \Delta x(0) \cdot e^{-\frac{t}{T^*}}, \quad \Delta y = \Delta y(0) \cdot e^{-\frac{t}{T^*}} \quad (11)$$

ни ҳосил қиламиз. Бу ерда $\Delta x(0) = x_{D0} - x_{C0}$, $\Delta y(0) = y_{D0} - y_{C0}$ - олдиндан белгиланган координаталари; x_{C0}, y_{C0} - бошланғич $t=0$ пайтдаги панжаниннг координаталари. Параметр T^* ни панжа ва деталнинг $t = \tau$ вақтдаги яқинлашиш шартидан топамиз

$$\frac{\Delta x(\tau)}{\Delta x(0)} = \frac{\Delta y(\tau)}{\Delta y(0)} = \exp\left(-\frac{\tau}{T^*}\right) = \delta,$$

бундан

$$T^* = -\tau / \ln \delta. \quad (12)$$

Панжаниннг C нинг ҳаракат тенгламаси (2)дан фойдаланиб, топилади

$$\begin{aligned} x_C &= x_D - (x_{D0} - x_{C0}) \cdot \exp(-t/T^*), \\ y_C &= y_D - (y_{D0} - y_{C0}) \cdot \exp(-t/T^*). \end{aligned} \quad (13)$$

Кўрилаётган ҳол учун

$$x_D = V_D \cdot \cos \alpha \cdot t + x_{D0}, \quad y_D = V_D \cdot \sin \alpha \cdot t + y_{D0} \quad (14)$$

детал ҳаракатининг қонуни ҳисобланади.

5-расмдан фойдаланиб, C панжанинг декарт координаталари ва манипуляторнинг умумлашган координаталари орқали боғланишини аниқлаймиз

$$x_C = s + l \cdot \cos \varphi, \quad y_C = l \cdot \sin \varphi. \quad (15)$$

$s = s_0, \varphi = \varphi_0$ деб, (6) формуладан C панжанинг бошланғич координатлари x_{C0}, y_{C0} ни топамиз. (4) ва (6) тенгламаларнинг ўнг қисмларини тенглаштириб, s ва φ лар учун трансцендент тенгламалар системасини топамиз

$$\begin{aligned} s + l \cdot \cos \varphi &= x_D - (x_{D0} - x_{C0}) \cdot \exp(-t/T^*), \\ l \cdot \sin \varphi &= y_D - (y_{D0} - y_{C0}) \cdot \exp(-t/T^*). \end{aligned} \quad (16)$$

Бу тенгламалар ҳаракатнинг тугалланган дастурий шакли бўлиб, панжа ва деталнинг яқинлашиши шартдан умумлашган координаталар ўзгаришига тўсиқ (чегара) қўяди. (7)дан вақт бўйича ҳосила олиб,

$$\dot{s} - l\dot{\varphi} \sin \varphi = \dot{x}_C, \quad l\dot{\varphi} \cos \varphi = \dot{y}_C, \quad (17)$$

бунда

$$\begin{aligned} \dot{x}_C &= V_D \cos \alpha + (x_{D0} - x_{C0}) \cdot \exp(-t/T^*)/T^*, \\ \dot{y}_C &= V_D \sin \alpha + (y_{D0} - y_{C0}) \cdot \exp(-t/T^*)/T^*. \end{aligned} \quad (18)$$

(18) тенгламалар системасини $\dot{\varphi}, \dot{s}$ ларга нисбатан ечиб, умумлашган тезликлар ва панжа тезлигининг дифференциал кўринишдаги тугалланган дастурий шаклини ҳосил қиламиз

$$\dot{\varphi} = \frac{\dot{y}_C}{l \cos \varphi}, \quad \dot{s} = \dot{x}_C + \dot{y}_C \cdot \operatorname{tg} \varphi. \quad (19)$$

(8)дан

$$\ddot{s} - l\ddot{\varphi} \sin \varphi - l\dot{\varphi}^2 \cos \varphi = \ddot{x}_C, \quad l\ddot{\varphi} \cos \varphi - l\dot{\varphi}^2 \sin \varphi = \ddot{y}_C.$$

Юқоридаги ифодалардан умумлашган тезланишлар топилади ва бошқарув кучлари ҳисобланади

3. Хулосалар:

1. *MathCad* қўллаб механизмларни ҳаракатини кўрсатиш, анимацияларини ҳосил қилиш учун жуда қулай дастурлаш воситаси ҳисобланади.

2. Бу дастурни олий ўқув юртларида чуқурроқ ўрганилса, фақат математика масалаларидан ташқари бошқа фанларнинг мураккаб масалаларини ҳам ихчам дастурлар орқали ечиш мумкин бўлади. Бу эса талабаларда масаланинг моҳиятига етиш, уларнинг графиклари ва анимацияларини яққол кўриш имкониятига эга бўлади.

Фойдаланлган адабиётлар

1. Mirsaidov, M., Abdikarimov, R., Khudainazarov, S., & Sabirjanov, T. (2020). Damping of high-rise structure vibrations with viscoelastic dynamic dampers. In E3S Web of Conferences (Vol. 224, p. 02020). EDP Sciences.
2. Khudainazarov, S., Sabirjanov, T., & Ishmatov, A. (2019, December). Assessment of dynamic characteristics of high-rise structures taking into account dissipative properties of the material. In Journal of Physics: Conference Series (Vol. 1425, No. 1, p. 012009). IOP Publishing.
3. Khudainazarov, S., Donayev, B., Sabirjanov, T., & Qosimov, J. (2021). Dynamics of high-rise structures taking into account the viscoelastic properties of the material. In E3S Web of Conferences (Vol. 304, p. 02004). EDP Sciences.
4. Djalilov, M. L., & Sabirjanov, T. M. (2022). ANALYSIS OF THE GENERAL EQUATIONS OF THE TRANSVERSE VIBRATION OF A PIECEWISE HOMOGENEOUS VISCOELASTIC PLATE. American Journal Of Applied Science And Technology, 2(04), 18-28
5. Tolibjon Sobirjonov Mamasolievich, & R. o. (2020). Kinematika masalalarini matematik dasturlashtirish asosida yechish muammolari. Iqditorli talabalar, magistrantlar, doktorantlar va mustaqil izlanuvchilar. Online Ilmiy-amaliy anjuman, 102-105
6. Mamasolievich, S. T., & Yuldashaliyevich, E. A. (2022). Development of an on-Board System for Monitoring the Condition of the Road Surface. Central Asian Journal of Theoretical and Applied Science, 3(11), 189-193.
7. Исаев, И. Э., & Сабиржанов, Т. М. (2022). ОБЩИЕ УРАВНЕНИЯ ПОПЕРЕЧНОГО КОЛЕБАНИЯ КУСОЧНО-ОДНОРОДНОЙ ВЯЗКОУПРУГОЙ ПЛАСТИНЫ. ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ, (4), 18-25.
8. Гаппаров, К. Г. (2022). ОЦЕНКА ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРИ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЯХ ВИСЯЧИХ ПОКРЫТИЙ. Scientific Impulse, 1(3), 584-588.
9. Yuldashaliyevich, E. A., & Mamasolievich, S. T. (2022). AVTOMOBIL YO'LLARI SIRTI XOLATINI KUZATISH UCHUN BORTLI TIZIMNI ISHLAB CHIQUISH. PEDAGOGS jurnali, 23(2), 157-163.
10. Khudainazarov, S., Mavlanov, T., Salimov, S., Ulugova, M., & Sabirjanov, T. (2023). Simulation of dynamic processes of shell structures with viscoelastic elements. In E3S Web of Conferences (Vol. 365, p. 03040). EDP Sciences.
11. Mirsaidov, M., Abdikarimov, R., Khudainazarov, S., & Sabirjanov, T. Damping of high-rise structure vibrations with viscoelastic dynamic dampers. Topical Problems of Agriculture, Civil and Environmental Engineering (TPACEE 2020). VOLUME 224, E3S WEB CONF., 224 (2020) 02020.

12. Khudainazarov, S., Donayev, B., Sabirjanov, T., & Qosimov, J. (2021). Dynamics of high-rise structures taking into account the viscoelastic properties of the material. In E3S Web of Conferences (Vol. 304, p. 02004). EDP Sciences.

13. Khudainazarov, S., Donayev, B., Sabirjanov, T., & Qosimov, J. Dynamics of high-rise structures taking into account the viscoelastic properties of the material. E3S Web Conf. Volume 304, 2021. In 2nd International Conference on Energetics, Civil and Agricultural Engineering (ICECAE 2021). https://www.e3sconferences.org/articles/e3sconf/abs/2021/80/e3sconf_icecae21_02004/e3sconf_icecae21_02004.html.

14. Mamasolievich, S. T., & Yuldashaliyevich, E. A. (2022). Development of an on-Board System for Monitoring the Condition of the Road Surface. Central Asian Journal of Theoretical and Applied Science, 3(11), 189-193.

15. Сабиржанов, Т. М. (2023). Мобильная ветротурбина для сейсмически активных регионов. Science and Education, 4(1), 358-365.

16. Abduqodirov Nurzod Shavkatjon o'g'li, & O. K. (2021). Main characteristics electric vibrators based on a linear motor with permanent magnets. Tadqiqot.uz, 112-118.

17. Камолитдин Рахмат Ўғли Оқйўлов, & Нурзод Шавкатжон Ўғли Абдуқодиров (2021). ДЕТАЛЛАРНИ ЮЗАЛАРИНИ КИМЁВИЙ-ТЕРМИК ИШЛАШ УСУЛИ ОРҚАЛИ ҚАТТИҚЛИГИНИ ОШИРИШ МУАММОЛАРИ. Scientific progress, 2 (8), 237-242.

18. Umurzaqov Akramjon Hakimovich, & Oqyo'lov Kamoliddin Rahmat O'g'Li (2022). Kartoshka saralash mashinasidagi vibratsion ishchi yuzaning gorizontga nisbatan maqbul qiyligini aniqlash. Механика и технология, 3 (8), 31-38.

19. Abduqodirov, N. S. O. G. L., Oqyo, K. R. O. G. L., Omonov, A. A. O. G. L., & Raimjonov, Q. R. O. (2021). XOM PAXTANI QURITISH VA TOZALASH UCHUN REGRESSIYA MODELINI QURISH. Scientific progress, 2(1), 687-693.

20. Abducodirov, N., & Okyulov, K. (2021). Improvement of drum dryer design. Экономика и социум, (4-1), 13-16.

21. Abduqodirov, N. S. O., Oqyolov, K. R. O., Jalilova, G. X. Q., & Nishonova, G. G. (2021). CAUSES AND EXTINGUISHING EQUIPMENT OF VIBRATIONS OCCURRED BY MACHINERY AND MECHANISMS. Scientific progress, 2(2), 950-953.

22. Oqyo, K. R. O. G. L., Abduqodirov, N. S. O. G. L., O'G'Li, A. T. L., & G'Azaloy, G. (2021). MASHINA VA MEXANIZMLARNING ISH JARAYONIDA VUJUTGA KELGAN VIBRATSIYA SABABLARI VA SO'NDIRISH QURILMALARI. Scientific progress, 2(6), 576-579.

23. Обичаев, И. В. Ў., Абдуқодиров, Н. Ш. Ў., & Оқйўлов, К. Р. Ў. (2021). КОТЕЛЬ ВА БОШҚА ОЛОВЛИ ТЕХНОЛОГИЯЛАР УЧУН НЕФТ ШЛАМЛАРНИ ТОЗА ЁҚИЛҒИ СИФАТИДА ҚЎЛЛАШ. *Scientific progress*, 2(6), 918-925.

24. Abduqodirov, N. S. O. G. L., Oqyo'Lov, K. R. O. G., & Jalilova, G. X. Q. (2021). РАХТА ХОМАСНЬОСИНИ ҚУРИТИШ ВА ТОЗАЛАШ. *Scientific progress*, 2(1), 857-861.

25. Отақулов, О. Х., & Таджибоев, Р. К. (2020). КОМПРЕССОР ВАЛЛАРИДАГИ САЛБИЙ ТИТРАШЛАРНИ БАРТАРАФ ЭТИШДА КИМЁВИЙ ТЕРМИК ИШЛОВ БЕРИБ ЦЕМЕНТИТЛАШ ЖАРАЁНИНИНГ МЕТОДОЛОГИЯСИ ВА АФЗАЛЛИКЛАРИ. In МОЛОДОЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬ: ВЫЗОВЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ (pp. 312-316).

26. Abducodirov, N. Improvement of drum dryer design / N. Abducodirov, K. Oquyulov // Экономика и социум. – 2021. – No 4-1(83). – P. 13-16.

27. Oqyo'Lov, K. R. O. G. L., & Abduqodirov, N. S. O. G. L. (2021). KARTOSHKA TUGANAKLARINI SARALASH MASHINALARINING SAMARADORLIK ASOSLARI. *Oriental renaissance: Innovative, educational, natural and social sciences*, 1(10), 189-196.