Метод неопределённых коэффициентов и его применение к задач алгебры и математического анализа

Абдуазим Кулмухаммад угли Рахмонкулов
Кахрамон Азимов
Джизаксий политехнический институт

Аннотация: Основы алгебры и математического анализа изучаются в академических лицеях, профессиональных колледжах, а высшая математика - в технических университетах. При этом очень важна практическая занятия. Повышение эффективности практических занятий - ключевое требование нынешнего периода. Для этого необходимо знать существующие научные методы и правильно их использовать. Инновационные технологии курса в этом направлении дают нам хорошие результаты.

Ключевые слова: дробно-рациональная функция, квадратный трёхчлен, многочлен, тождество, числовая последовательность, степенный ряд, дифференциальное уравнение

The method of indefinite coefficients and its application to problems of algebra and mathematical analysis

Abduazim Kulmukhammad ugli Rakhmonkulov
Khramon Azimov
Jizzakh Polytechnic Institute

Abstract: The basics of algebra and mathematical analysis are studied in academic lyceums, professional colleges, and higher mathematics - in technical universities. In this case, practical training is very important. Improving the effectiveness of practical training is a key requirement of the current period. To do this, you need to know the existing scientific methods and use them correctly. The innovative technologies of the course in this direction give us good results.

Keywords: fractional rational function, quadratic triangle, polynomial, identity, sonly sequence, power series, differential equation

В курсе элементарной алгебры мы изучаем действия над многочленами, решения алгебраических уравнений и их системы. Методов доказательства тождеств и действия над рациональными выражениями. А в технических вузах изучаем высшую математику, в нём рассмотрим числовых последовательностей, вычислении различных интегралов и их методы вычислений. В этом ученики, студенты и молодые преподаватели сталкиваются различными трудностями. Чтобы избавится от этих нужна практическая навыка у них.

В данной работе приводятся некоторые методические рекомендации, которые могут быть полезным ученикам, студентам и молодым преподавателям.

Поэтому в курсе школьной алгебры при делении многочленов на многочлены, при доказательстве алгебраических тождеств, при вычислении некоторых алгебраических сумм и в курсе высшей математики, при нахождении предела числовых последовательностей, при разложении функций в степенный ряд и при решении дифференциальных уравнений этот метод удобно использовать.

Пусть нам дана $\frac{P_n(x)}{Q_m(x)}$ правильная рациональная дробь (функция). Пусть её знаменатель $Q_m(x)$ разлагается на линейный и квадратный множители. Тогда можем написать её в виде

$$Q_m(x) = a_0(x-a)^m(x-b)^k....(x^2+p_1x+q_1)^s...(x^2+p_tx+q_t)^l.....$$

В этом случае данная дробь $\frac{P_n(x)}{Q_m(x)}$ является рациональной функцией и запи-сывается в виде

$$\frac{P_n(x)}{Q_m(x)} = \frac{A_1}{x-a} + \frac{A_2}{(x-a)^2} + ... + \frac{A}{(x-a)^m} + \frac{B_1}{x-b} + \frac{B_2}{(x-b)^2} + ... + \frac{B_k}{(x-b)^k} + \frac{M_1x+N_1}{x^2+p_1x+q_1} +$$
$$+ \frac{M_2x+N_2}{(x^2+p_1x+q_1)^2} + ... + \frac{M_sx+N_s}{(x^2p_sx+q_s)^s} + \frac{R_1x+T_1}{x^2+p_2x+q_2} + \frac{R_2x+T_2}{(x^2+p_2x+q_2)^2} + ...$$

где $A_k, B_r, M_r, N_r, R_t, T_t...$ - неизвестные числа, которые находятся в написанной о них системе алгебраических уравнений [1,2].Указанной выше суммы называ-ется разложением $\frac{P_n(x)}{Q_m(x)}$ на простые дроби. Такой метод разложения чаще применяются в процессе изучении математического анализа и называется разложением методом неопределенных коэффициентов. Ниже мы представ-ляем применение этого метода для решения ряда задач школьной алгебры и математического анализа. Они следующие: При разделении многочленов на многочлены,при доказательстве алгебраических тождеств,при вычислении алгебраических сумм,при нахождении предела числовых последователь-ностей,при разложении функций на степенный ряд, при вычислении неопре-деленных интегралов,этот метод можно использовать для решения диффе-ренциальных уравнений. Таким образом, студенты и молодые препода-ватели получат более широкое представление о практических возможностях этого метода. В статье описывается одна инновационная технология, представляющая собой интерактивный метод изучения рассматриваемого метода как в школьном курсе, так и в курсе высшей математики.

1 - Пример. $\frac{1}{x^2+x-6}=\frac{a}{x-2}+\frac{b}{x+3}$ равенство при каких значениях a и b будет тождеством?

Решение. Из уравнения $\frac{1}{x^2+x-6}=\frac{a}{x-2}+\frac{b}{x+3}=\frac{(a+b)x+3a-2b}{(x-2)(x+3)}$ находим неизвестные коэффициенты a и b. Отсюда получаем следующую систему $\begin{cases} a+b=0 \\ 3a-2b=1 \end{cases}$ для коэффициентов a и b. Мы находим, что при значений $a=\frac{1}{5}$ и $b=-\frac{1}{5}$ равенство будет тождеством.

2 - Пример. Доказать тождества $\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{7}{3\cdot 5}+\frac{17}{5\cdot 7}+...+\frac{2n^2-1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{n^2}{2n+1}$

Решение. Общий член суммы слева мы можем написать $\frac{2n^2-1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{2n^2-1}{4n^2-1}=\frac{1}{2}+\frac{\frac{1}{2}}{4x^2-1}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\left\{\frac{a}{2n-1}+\frac{b}{2n+1}\right\}$. Отсюда находим, что коэффициенты равны $a=\frac{1}{2}$ и $b=-\frac{1}{2}$. Так, что

$$\frac{2n^2-1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2}\frac{1}{2n+1}\right)=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)$$

т.е.

$$\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{7}{3\cdot 5}+\frac{17}{5\cdot 7}+...+\frac{2n^2-1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+...+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)=\frac{n^2}{2n+1}$$

Доказано.

3 - Пример. Для $n\in N$ вычислить значения следующую сумму

Решение: Её напишем виде $\frac{1}{(3n-2)(3n+1)}=\frac{a}{3n-2}+\frac{b}{3n+1}$ где коэффициенты a и b пока неизвестны. Теперь найдём этих коэффициентов из равенства $(3a+3b)n+a-2b=1$ Из этого мы формируем систему $\begin{cases} 3a+3b=0 \\ a-2b=1 \end{cases}$ **;**

Решая эту систему уравнений, находим $a=\frac{1}{3}$ и $b=-\frac{1}{3}$. Отсюда имеем

$$\frac{1}{(3n-2)(3n+1)}=\frac{\frac{1}{3}}{3n-2}+\frac{-\frac{1}{3}}{3n+1}=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3n-2}-\frac{1}{3n+1}\right)$$ Итак, приходим результате

$$\frac{1}{1\cdot 4}+\frac{1}{4\cdot 7}+....+\frac{1}{(3n-2)\cdot(3n+1)}=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}+....+\frac{1}{3n-2}-\frac{1}{3n+1}\right)=\frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{3n+1}\right)=\frac{n}{3n+1}$$

4 - *Пример*. Для числовой последовательности $\{x_n\}=\left\{\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+...+\frac{1}{n(n+1)}\right\}$ найти $\lim\limits_{n\to\infty} x_n=?$.

Решение. Из равенства $\frac{1}{n(n+1)}=\frac{a}{n}+\frac{b}{n+1}$ найдём коэффициентов $a=1$ и $b=-1$. Откуда имеем

$$\{x_n\}=\left\{\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+...+\frac{1}{n(n+1)}\right\}=\left\{\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+...+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right\}=\left\{1-\frac{1}{n+1}\right\}.$$

Значить, для предела последовательности получаем $\lim\limits_{n\to\infty} x_n=\lim\limits_{n\to\infty}(1-\frac{1}{n+1})=1$.

Во многих случаях мы сталкиваемся с разложением функций в степенный ряд. Для этого также можно использовать метод неопределенных коэффициентов. Здесь мы также разлагаем функции в степенный ряд неизвестными коэффициентами и используем свойства данной функции для определения ее неизвестных коэффициентов.

Заключение. Более высокий уровень использования этого метода, кроме выше перечисленных случаев, например для решения алгебраических уравнений высших степеней, для решения многих задач математического анализа например, при интегрировании рациональных функций,для нахождения частных решений линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Использованная литература

1. Пардабаев А. и др. Различия между плоским и вакуумным коллекторами //актуальные вопросы современной науки и образования. – 2021. – С. 87-90.

2. Azimov K. Use multi variant technology for the development of practical students skills //Science and Education. – 2022. – Т. 3. – №. 3. – С. 773-777.

3. Азимов К. Приложение методов линейной алгебры и математического анализа при изучении электротехники. INTERNATIONAL SCIENTIFIC AND PRACTICAL CONFERENGE //SCIENCE, RESEARCH, DEVELOPMENT. – Т. 32. – №. 2. – С. 109-113.

4. Azimov K. STABILITY ESTIMATION OF A SOLUTION IN ONE

INTERNAL PROBLEM FOR THE LAPLACE EQUATION //International Engineering Journal For Research & Development. – 2020. – Т. 5. – №. 5. – С. 4-4.

5. Azimov Q. USE INTERNAL INTEGRATION TO SOLVE SOME EXTREME PROBLEM //Журнал Педагогики и психологии в современном образовании. – 2022. – Т. 2. – №. 3.

6. Пардабаев А., Сафаров Б. К. О НЕКОТОРЫХ СПОСОБАХ СУММИРОВАНИЕ, ВОЗВЕДЕНИЕ В КВАДРАТ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ И ДЕЙСТВИЯ НАД НИМИ //Актуальные проблемы теории, методологии и практики научной деятельности. – 2021. – С. 19-22.

7. Азимов К. ОЦЕНКА УСТОЙЧИВОСТИ ДЛЯ ПРОДОЛЖЕНИЯ БИГАРМОНИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ ИЗ КОНЕЧНОГО ЧИСЛА ТОЧЕК ДВУХ РАДИУСОВ КРУГА //O'ZBEKISTONDA FANLARARO INNOVATSIYALAR VA ILMIY TADQIQOTLAR JURNALI. – 2022. – Т. 1. – №. 10. – С. 14-18.

8. Rahimov B. S. et al. Paramet qatnashgan chiziqli tenglamalarni yechishga o’rgatish haqida //Science and Education. – 2022. – Т. 3. – №. 12. – С. 39-43.

9. Тураев У. Я. и др. Ценность матричной игры принцип минимакса и его экономический анализ //Science and Education. – 2022. – Т. 3. – №. 5. – С. 126-136.

10. Otakulov S., Raximov B. СВОЙСТВА МНОЖЕСТВА УПРАВЛЯЕМОСТИ ОДНОГО КЛАССА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ВКЛЮЧЕНИЙ //Science and innovation. – 2022. – Т. 1. – №. A4. – С. 248-255.

11. Rahimov B. S. Matematik tushunchalarni kiritish va tavsiflash usullari //Science and Education. – 2022. – Т. 3. – №. 5. – С. 951-956.

12. Salim O., Shermuhamedovich R. B. On the properties of the controllability set for differential inclusion under condition mobility of terminal set //E-Conference Globe. – 2021. – С. 38-42.

13. Ne’Matov A. R. et al. Aniq integralni me’morchilikda qo’llash. Aniq integralning tadbiqlariga doir misollar yechish //Science and Education. – 2022. – Т. 3. – №. 2. – С. 16-21.

14. Rahimov B. S. H., Ne’matov A. R., Fayzullayev S. E. Lagranj funksiyasidan foydalanib ba’zi masalalarni yechish haqida //Archive of Conferences. – 2022. – С. 41-43.

15. Останов К. и др. О некоторых способах развития творческой активности учащихся при решении уравнений //ББК 72 С108. – 2018.

16. Djonuzaqov, S. U. (2019). Irratsional tenglama va tengsizliklarni yechish metodlarining tatbiqlari haqida. Scientific-methodical journal of" Physics, Mathematics and Informatics, 4, 8-16.

17. Djonuzaqov, S. U. (2019). Tenglamalar sistemalarini tuzish va ularni yechishga oid ba’zi masalalar haqida. Scientific-methodical journal of" Physics,

Mathematics and Informatics, (1.13-20).

18. Soatov, U. A. (2022). Tenglamalarni yechishning grafik usuli haqida. Science and Education, 3(8), 7-12.

19. Abdukadirovich, S. U., & Abduganievich, D. U. (2023). Using Real World Problems in Developing Students' Mathematical Skills. Eurasian Journal of Physics, Chemistry and Mathematics, 14, 10-15.

20. Abdukadirovich, S. U., & Abdug'oniyevich, D. U. B. (2022, November). ABOUT THE METHODS OF SOLVING GEOMETRIC PROBLEMS AT THE SCHOOL LEVEL. In E Conference Zone (pp. 49-56).

21. Soatov, U. A. (2022). Logarfmik funksiya qatnashgan murakkab tenglamalarni yechish usullari haqida. Science and Education, 3(9), 16-22.

22. Abdukadirovich, S. U., & Abdug'oniyevich, D. U. B. (2023). GEOMETRIK MASALALARNI YECHISHDA ASOSIY TUSHUNCHALARNI BIRGALIKDA QO'LLASH. Conferencea, 45-50.