

# Kompleks argumentli funksiya tushunchasi

E.N.Sattorov

O.U.Pulatov

B.I.Xoliqov

bekboyxoliqov@gmail.com

O'zbekiston-Finlandiya pedagogika instituti

**Annotatsiya:** Bu maqola algebraik ko'rinishdagi sonlarni kompleks argumentli haqiqiy va mavhum ko'rsatkichli funksiyalar o'rtasidagi bog'lanishning bir yaproqliligini ifodalaydi.

**Kalit so'zlar:** kompleks funksiya, bir yaproqlilik

## The concept of a complex argument function

E.N.Sattorov

O.U.Pulatov

B.I.Kholikov

bekboykholikov@gmail.com

Uzbekistan-Finland Pedagogical Institute

**Abstract:** this article represents numbers of algebraic appearance as one-leafedness of the connection between real and abstract exponential functions with complex arguments

**Keywords:** complex function, one-leafedness

Kompleks sonlar tekisligi  $C$  da biror  $E$  to'plam berilgan bo'lsin: ( $E \subset C$ ).

1-ta'rif. Agar  $E$  to'plamdagi har bir  $z$  kompleks songa biror  $f$  qoidaga yoki qonunga ko'ra bitta  $w$  kompleks son mos qo'yilgan bo'lsa,  $E$  to'plamda funksiya berilgan deb ataladi va u

$$f: z \rightarrow w \text{ yoki } w = f(z)$$

kabi belgilanadi. Bunda  $E$  funksiyaning aniqlanish to'plami,  $z$ - erkli o'zgaruvchi yoki funksiya argumenti,  $w$  esa  $z$  o'zgaruvchining funksiyasi deyiladi.

Aytaylik, har bir

$$z = x + iy \in E$$

kompleks songa bitta

$$w = u + iv \quad (u \in R, v \in R)$$

kompleks son mos qo'yilgan bo'lsin. Demak,

$$w = u + iv = f(x + iy)$$

Keyingi tenglikdan

$$u = u(x, y), v = v(x, y)$$

bo'lishi kelib chiqadi.

Demak,  $E$  to'plamda  $w = f(z)$  funksiyaning berilishi shu to'plamda  $x$  va  $y$  haqiqiy o'zgaruvchilarning

$$u = u(x, y)$$

$$v = v(x, y)$$

funksiyalarining berilishidek ekan.

Odatda  $u = u(x, y)$  funksiya  $f(z)$  funksiyaning haqiqiy qismi,  $v = v(x, y)$  esa  $f(z)$  ning mavhum qismi deyiladi:

$$u(x, y) = \operatorname{Re} f(z)$$

$$v(x, y) = \operatorname{Im} f(z)$$

Misol. Ushbu  $f(z) = \frac{z+3}{z+5}$  funksiyaning haqiqiy va mavhum qismlarini toping.

Berilgan funksiyani  $f(z) = u + iv$  ko'rinishida yozib va  $z = x + iy$  ekanini e'tiborga olib topamiz:<sup>1</sup>

$$\begin{aligned} u + iv &= \frac{z + 3}{z + 5} = \frac{x + iy + 3}{x + iy + 5} = \frac{[(x + 3) + iy][(x + 5) - iy]}{(x + 5)^2 + y^2} = \\ &= \frac{x^2 + y^2 + 8x + 15}{x^2 + y^2 + 10x + 25} + i \frac{2y}{x^2 + y^2 + 10x + 25} \end{aligned}$$

Demak,

$$u = u(x, y) = \frac{x^2 + y^2 + 8x + 15}{x^2 + y^2 + 10x + 25}$$

$$v = v(x, y) = \frac{2y}{x^2 + y^2 + 10x + 25}.$$

Erkli  $z$  o'zgaruvchi  $E$  to'plamda o'zgarganda  $w = f(z)$  funksiyaning mos qiymatlaridan iborat to'plam  $F = \{f(z) = u + iv : z = x + iy \in E\}$  bo'lsin. Odatda bu to'plam funksiya qiymatlari to'plami deyiladi.

Demak,  $E$  to'plamda ( $E \subset C$ )  $w = f(z)$  funksiyaning berilish  $oxy$  - kompleks tekislikdagi  $E$  to'plamni (to'plam nuqtalarini)  $ouv$  - kompleks tekislikdagi  $F$  to'plamga (to'plam nuqtalariga) aks ettirishdan iborat, (8- chizma).

Shu sababli  $w = f(z)$  funksiyani  $E$  to'plamning  $F$  to'plamga akslantiish deb ham yuritiladi.

Faraz qilaylik,  $w = f(z)$  funksiya  $E$  to'plamda ( $E \subset C$ ) berilgan bo'lib,

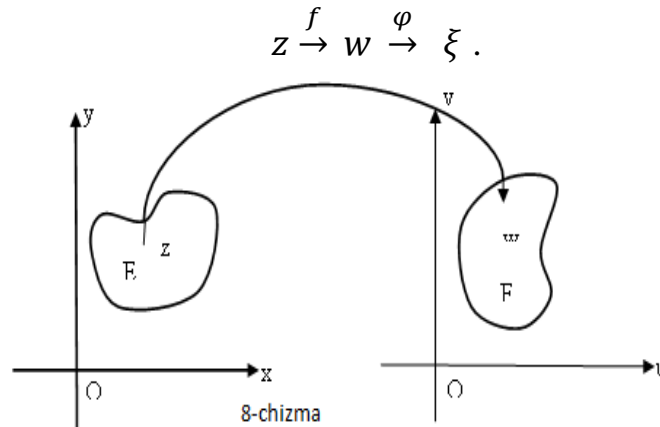
$$F = \{f(z) : z \in E\}$$

bo'lsin. So'ng  $F$  to'plamda ( $E \subset C$ ) o'z navbatida biror

$$\xi = \varphi(w)$$

<sup>1</sup> EN Sattorov, OU Pulatov, BI Xoliqov - Science and Education, 2023, Kompleks argumentli trigonometrik funksiyalar

funksiya berilgan bo'lsin. Natijada,  $E$  to'plamdan olingan har bir  $z$  ga  $F$  to'plamdan bitta  $w$  son  $f: z \rightarrow w$  va  $F$  to'plamdan olingan bunday  $w$  songa bitta  $\xi$  son  $(\varphi: w \rightarrow \xi)$  mos qo'yiladi:



Demak,  $E$  to'plamdan olingan har bir  $z$  ga bitta  $\xi$  son  $\xi \in C$  mos qo'yilib,  $z \rightarrow \xi$  funksiya hosil bo'ladi. Bunday funksiya murakkab funksiya deyiladi va

$$\xi = \varphi(f(z))$$

kabi yoziladi.

$w = f(z)$  funksiya  $E$  to'plamda berilgan bo'lib,  $F$  esa shu funksiya qiymatlaridan iborat to'plam bo'lsin:  $F = \{w = f(z) : z \in E\}$ .  $F$  to'plamdan olingan har bir  $w$  songa  $E$  to'plamda bitta  $z$  son mos quyilishini ifodalovchi funksiya  $w = f(z)$  funksiyaga nisbatan teskari funksiya deyiladi va

$$z = f^{-1}(w)$$

kabi belgilanadi.

Faraz qilaylik,  $w = f(z)$  funksiya  $E$  to'plamda  $F \in C$  berilgan bo'lsin.

2-ta'rif. Agar argument  $z$  ning  $E$  to'plamdan olingan turli qiymatlarida  $f(z)$  funksiyaning mos qiymatlari ham turlicha bo'lsa, boshqacha aytganda  $f(z_1) = f(z_2)$  tenglikdan  $z_1 = z_2$  tenglik  $z_1 = z_2 \in E$  kelib chiqsa,  $f(z)$  funksiya  $E$  to'plamda bir yaproqli (yoki bir varaqli) funksiya deyiladi.

Misol. Ushbu

$$f(z) = \frac{1}{z - 1}$$

funksiyaning  $E = \{z \in C: |z| < 1\}$  to'plamda bir yaproqli bo'lishini ko'rsating.

Aytaylik,  $z_1 = z_2 \in E$  uchun

$$f(z_1) = f(z_2)$$

ya'ni

$$\frac{1}{z_1 - 1} = \frac{1}{z_2 - 1}$$

bo'lsin. Ravshanki, keyingi tenglikdan

$$z_1 - 1 = z_2 - 1$$

ya'ni,  $z_1 = z_2$  bo'lishi kelib chiqadi. Demak,

$$f(z_1) = f(z_2) \Rightarrow z_1 = z_2 \quad z_1 = z_2 \in E$$

Bu esa berilgan funksiyaning  $E$  to'plamda bir yaproqli ekanini bildiradi.

Misol.  $f(z) = \frac{1}{2z-3}$  funksiyani  $E = \{z \in \mathbb{C}: |z| < \frac{3}{2}\}$  doirada bir yaproqlilikka tekshiring.

Faraz qilaylik,  $z_1, z_2 \in E$  lar uchun  $f(z_1) = f(z_2)$ , ya'ni

$$\frac{1}{2z_1-3} = \frac{1}{2z_2-3} \text{ bo'lsin. } \Rightarrow 2z_1 - 3 = 2z_2 - 3 \Rightarrow z_1 = z_2$$

$f(z)$  funksiya  $E$  to'plamda bir yaproqli ekan.

### Foydalanilgan adabiyotlar

1. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. 2-нашри, 1-қ.-М., "Наука", 1976
2. Сидоров Ю.В., Федорюк М.В., Шабунин М.И. Лекции по теории функций комплексного переменного. – М. Наука, 1976.
3. Sattorov Ermamat Norqulovich Kompleks o'zgaruvchili funksiyalar nazariyasi (amaliy mashg'ulotlar). O'quv qo'llanma. –Samarqand: SamDU, 2021
4. Sadullaev A., Xudoybergangov G., Mansurov X., Vorisov A., Tuychiev T. Matematik analiz kursidan misol va masalalar to'plami. 3-qism (kompleks analiz).- T., "O'zbekiston", 2000.
5. Yevgrafov M.A., Bejanov K.A., Sidorov Yu.V., Fedoryuk M.V., Shabunin M.I. Sbornik zadach po teorii analiticheskix funktsiy, 2-nashri. –M., "Nauka" 1972.
6. Sa'dulloev A., Xudoyberganov G., Mansurov X.T., Vorisov A.K., Tuychiev T. Matematik analiz kursidan misol va masalalar tuplami (kompleks analiz). 3 qism. «O'zbekiston» 2000y.
7. EN Sattorov, OU Pulatov, BI Xoliqov - Science and Education, 2023, Kompleks argumentli trigonometrik funksiyalar