

Dinamik sistemalar, ularning tasnifi va qo'llanilish sohalari

Kibriyo Rustamovna Qahorova

kakhorovakibriyo@gmail.com

Buxoro davlat universiteti

Annotatsiya: Dinamik sistemalar - bu haqiqiy obektlar, jarayonlar yoki hodisalarning matematik modeli bo'lib, ma'lum bir jarayonning hatti - harakatini bir holatdan ikkinchisiga o'tish ketma - ketligini tasvirlaydi. Dinamik sistemalar asosan fizika, biologiya, iqtisod, raqamli modellashtirish, muhandislik, astronomiya sohalaridagi dolzarb masalalarni yechishda keng qo'llaniladi. Ushbu maqolada dinamik sistemalarning umumiy ko'rinishi berilgan bo'lib, uning dunyo bo'ylab va O'zbekistondagi qo'llanilish sohalariga alohida e'tibor qaratilgan. Maqola yurtimizda operatsion samaradorlikni oshirish va barqaror rivojlanishni ta'minlashda dinamik sistemalarning imkoniyatlarini ko'rsatib beradi.

Kalit so'zlar: dinamik sistemalar, diskret dinamik sistemalar, muvozanat nuqtalari, trayektoriya, fazali portret

Dynamic systems and its applications in different fields

Kibriyo Rustamovna Qahorova

kakhorovakibriyo@gmail.com

Bukhara State University

Abstract: Dynamic systems are mathematical models of real objects, processes or events, which describe the sequence of transitions from one state to another. Dynamic systems are widely applied to solve current problems of physics, biology, economics, digital modeling, engineering, and astronomy. This article provides an overview of dynamic systems and focuses on its applications both globally and in Uzbekistan. The paper demonstrates the potential of dynamic systems to enhance operational efficiency and ensure sustainable development in our country.

Keywords: dynamic systems, discrete dynamic systems, fixed points. trajectory, phase portraits

KIRISH. Dinamik sistema - bu haqiqiy jarayon (fizik, biologik, iqtisodiy va boshqalar) evolutsiyasining matematik modeli bo'lib, har qanday vaqtda ham holati o'zining dastlabki holati bilan aniqlanadi. Dinamik sistemalarning evolutsiya qonunining berilishi turlicha bo'ladi: chiziqli yoki nochiziqli differensial tenglamalar,

diskret akslantirishlar, graflar nazariyasi, Markov zanjiri nazariyasi, muvozanatda bo'lmagan termodinamika nazariyasi, dinamik kaoslar nazariyasi, sinergetika va boshqalar. Dinamik sistemalar, odatda, vaqtga qarab o'zgarishlar va holatlarning evolyutsiyasini o'rganadi. Ularning eng asosiy xususiyati - sistemaning kelajakdagi holatini hozirgi vaqtdagi holatiga qarab bashorat qilinishi mumkin bo'lishidir.

Dinamik sistemalarning tasnifi.

Dinamik sistemalarni tasniflash bir nechta omillarga asoslanadi:

A. Deterministik va Stoxastik dinamik sistemalar

Deterministik sistemalar - Bu sistemalarda o'zgarishlar oldindan aniq bo'lgan, ya'ni sistemaning boshlang'ich holati va qoidalari asosida uning kelajakdagi holati haqida aniq xulosa qilish mumkin. Bunday sistemalarda tasodifiylik yoki noaniqlik holatlari kuzatilmaydi.

i. Lotka-Volterra modellari (Biologik sistemalar uchun)

Bu sistemalar odatda, populyatsiyalar yoki ma'lum bir turlarni tasvirlash uchun ishlatiladi. Misol uchun, ovchi va qurbon (predator-prey):

$$\begin{aligned}\frac{dN_1}{dt} &= r_1 N_1 - \alpha_1 N_1 N_2 \\ \frac{dN_2}{dt} &= -r_2 N_2 + b_2 N_1 N_2\end{aligned}$$

bu yerda:

- N_1 – qurbon (masalan, o'simliklar),
- N_2 – ovchi (masalan, hayvonlar),
- r_1, r_2 – o'sish sur'ati,
- α_1, b_2 – interaktsiyalar va o'sish stavkalari.

bu tizimda, agar boshlang'ich shartlar ma'lum bo'lsa, kesiya sonlarini aniq hisoblash mumkin. Sistemada noaniqlik yoki tasodifiy omil mavjud emas, shuning uchun u deterministik tizimdir.

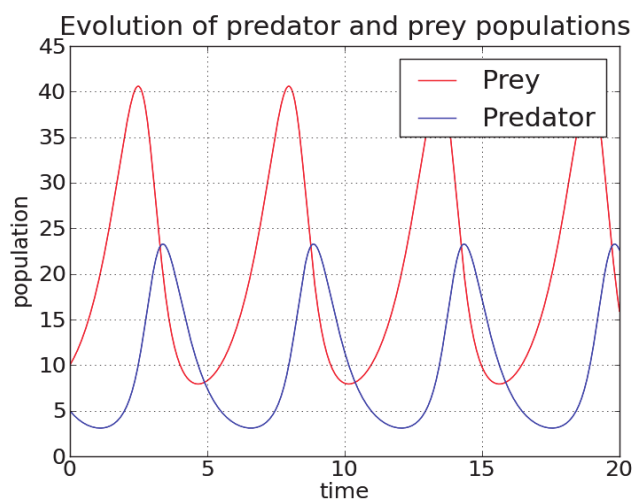
ii. Kompenstsiya va Boshqaruv tizimlari (Muhandislik sohalari uchun)

Boshqaruv sistemalar, masalan haroratni nazorat qilish tizimlari yoki elektr toki bilan boshqariladigan tizimlar ham deterministik bo'lishi mumkin. Misol sifatida, issiqlik tizimi uchun quyidagi differensial tenglama [1-8]:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{\tau} (T_{env} - T) + \frac{P}{C}$$

bu yerda:

- T – xona harorati,
- T_{env} – atrof-muhit harorati,
- P – issiqlik manbai (masalan, isitish qurilmasi),
- C – tizimning issiqlik sig'imi,
- τ – haroratning kamayish tezligi.



Stoxastik (tasodifiy) sistemalar - bu sistemalarda berilan modelning xatti-harakatlari faqat tizimning hozirgi holatiga emas, balki tasodifiy yoki ehtimollik elementlariga ham bog'liq bo'ladi. Bunday sistemalarda tasodifiylik yoki noaniqlik mavjud bo'lib, bu tizimning kelajakdagi holatlari aniq bashorat qilinmaydi, lekin ehtimollar asosida taxmin qilinishi mumkin, ya'ni ularni sifatliy tahlil qilish imkoniyatiga ega bo'lamiz [5-15].

Stoxastik sistemalar ko'plab sohalarda, masalan, iqtisodiyot, biologiya, fizikada, va muhandislikda qo'llaniladi. Quyida stoxastik dinamik tizimlarning bir nechta misollarini ko'rib chiqamiz:

i. Aksiyalar narxi (Iqtisodiy sistemalar)

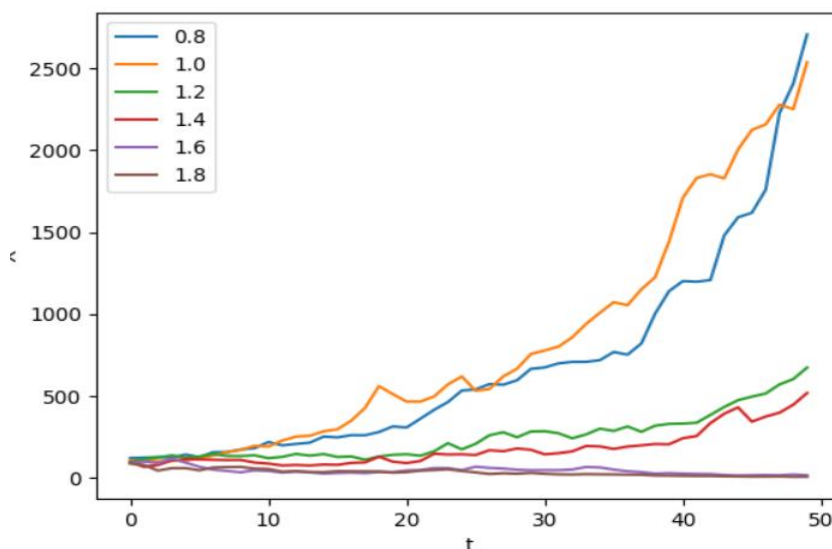
Moliyaviy sistemalarda aksiyalar narxi va boshqa moliyaviy holatlar dinamikasini tasvirlash uchun ko'pincha stoxastik modallardan foydalaniladi. Aksiyalar narxining o'zgarishi tasodifiy omillarga, bozorning umumiy holatiga va boshqa ko'plab faktorlarga bog'liq. Eng mashhur modellardan biri Geometric Brownian Motion (GBM) bo'lib, umumiy holda aksiyalar narxining o'zgarishini stoxastik tarzda modellashtiradi.

Geometric Brownian Motion (GBM) modelining tenglamasi:

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t,$$

bu yerda:

- S_t – aksiyaning narxi,
- μ – aksiyaning rentabelligi (o'sish sur'ati),
- σ – aksiyaning o'zgaruvchanligi
- dW_t – stoxastik jarayon, Brown harakati



ii. Neyron tizimlarining stoxastik modellanishi (Tibbiyot sohasida)

Asab tizimlarining faolligi ko‘pincha tasodifiy bo‘lib, neyronlar orasidagi elektr signallari stoxastik jarayon sifatida modellashtiriladi. Neyronlarning faolligi va ular orasidagi signal uzatishning o‘zgarishi ehtimoliy taqsimotga ega bo‘ladi.

Hodgkin-Huxley modeli

Hodgkin-Huxley modeli asab tizimining elektr faolligini tasvirlash uchun ishlatiladi. Modelda neyronlarning membranasida ionlar oqimi va signallarning qanday o‘tishini hisobga olish uchun stoxastik jarayonlar qo‘llaniladi [14-30].

iii. Fizikada stoxastik jarayonlar

Fizikada stoxastik sistemalar ko‘plab sohalarda qo‘llaniladi, masalan molekular harakati, diffuziya jarayonlari va boshqa turdagi termodinamika tizimlarida. Bunday tizimlar uchun stoxastik differensial tenglamalar ishlatiladi.

Brown harakati:

Brown harakati zarrachalarning tasodifiy harakatini tasvirlaydi, bu esa molekularlarning o‘zaro to‘qnashuvi natijasida yuzaga keladi.

$$dx = \mu dt + \sigma dW_t$$

bu yerda:

- x – zarrachaning pozitsiyasi,
- μ – zarrachaning harakat tezligi,
- σ – o‘zgaruvchanlik,
- dW_t – Brown harakati.

iii. Iqtisodiyotda stoxastik jarayonlar.

Iqtisodiy sistemalar va bozorlar ham stoxastik elementlarga ega. Masalan, iqtisodiy o‘shish, inflyatsiya va boshqa makroiqtisodiy o‘zgarishlar tasodifiy omillarga bog‘liq bo‘lishi mumkin.

Stoxastik iqtisodiy o‘shish modeli

Iqtisodiy o'sish modellarida tasodifiy va ehtimoliy jarayonlar iqtisodiyotning o'sishi va boshqa omillarga ta'sir qiladi. Biz buni Solow o'sish modeli misolida ko'rishimiz mumkin:

$$\frac{dK}{dt} = sY - \delta K + \eta(t),$$

bu yerda:

- K – kapital,
- Y – ishlab chiqarish,
- $\eta(t)$ – tasodifiy omil.

B. Uzluksiz va Diskret dinamik sistemalar

Uzluksiz dinamik sistemalar - Uzluksiz dinamik sistemalar vaqt bo'yicha uzluksiz o'zgaradi va ularning holati differensial tenglamalar orqali ifodalanadi.

i. Elektr zanjiri (RLC konturi)

Rezistor (R), induktivlik (L) va sig'im (C) elementlardan iborat elektr zanjiri vaqt bo'yicha uzluksiz ravishda o'zgarib turadigan elektr toki va kuchlanish hosil qiladi.

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0,$$

bu yerda:

- $i(t)$ – vaqtga bog'liq tok kuchi,
- L, R, C – mos ravishda induktivlik, qarshilik va sig'im.

ii. Transport vositalari dinamikasi

Avtomobil yoki samolyot harakati tezlik va burchak tezliklari orqali uzluksiz o'zgaradi. Bunga Nyuton-Eyler tenglamasini misol sifatida ko'rishimiz mumkin:

$$\frac{mdv}{dt} = F,$$

bu yerda:

- v – tezlik,
- F – avtomobilga ta'sir qiluvchi kuch,
- m – avtomobil massasi.

C. Chiziqli va Nochiziqli dinamik sistemalar

Chiziqli (Linear) sistemalar - Bu sistemalar har doim matematik jihatdan to'g'ri chiziqli (linear) bo'lishi kerak. Odatda oddiy algebraik tenglamalar orqali ifodalanadi. Linear sistemalar sodda va yechish oson bo'lishi bilan ajralib turadi. Chiziqli dinamik sistemaga misol sifatida tezlik bilan bog'liq oddiy mexanik tizimni keltirish mumkin. Misol uchun, suv sathini boshqarish tizimini ko'rib chiqamiz [7-25]:

Aytaylik, bir idish ichidagi suv sathi nazorat qilinishi kerak. Suvning idishga quyilishi va uning chiqishi vaqt o'tishi bilan sodir bo'ladi, va tizim chiziqli dinamikaga ega.

Tizimning matematik modeli quyidagicha:

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{q_{in}(t) - q_{out}(h(t))}{A}$$

Bu yerda:

- $h(t)$ – idishning suv sathi,
- $q_{in}(t)$ – vaqtga bog'liq ravishda suvning idishga kirish tezligi,
- $q_{out}(h(t))$ – suvning idishdan chiqish tezligi, bu odatda suvning sathiga bog'liq bo'ladi,
- A – idishning kesim maydoni (doimiy).

Tizimning chiziqli ekanligi, $q_{out}(h(t))$ funksiyasining $h(t)$ ga nisbatan to'g'ri chiziqli bo'lishida ko'rinadi (ya'ni $q_{out}(h)=k \cdot h$).

Bu tizimning davriy o'zgarishini va vaqt o'tishi bilan qanday boshqarilishi kerkaligini matematik jihatdan tahlil qilish oson, chunki barcha tenglamalar chiziqli. Masalan, suv sathining boshlang'ich holati va kirish-chiqish tezliklari ma'lum bo'lsa, tizimning kelajakdagi holatini aniq hisoblash mumkin.

Nochiziqli (Nonlinear) sistemalar - Bu sistemalar esa murakkabroq va odatda noaniq natijalarga olib keladigan tizimlardir, o'zgaruvchilar o'rtasidagi aloqalar chiziqli bo'lmagani uchun bu sistemalarni aniq bashorat qilish ko'pincha qiyin. Chiziqli bo'lmagan sistemalar ko'p hollarda kaotik (qattiq) tizimlar sifatida namoyon bo'ladi [5-10].

Chiziqli bo'lmagan dinamik sistemaga misol sifatida populyatsiya o'sishini tasvirolovchi sistemani keltirish mumkin. Bunda populyatsiya o'sishi va resurslar cheklanganligi tufayli o'sishning bir nuqtada sekinlashishi (yoki to'xtashi) kuzatiladi.

Logistik o'sish model (Biologik sistemalar uchun). Bu model, populyatsiya o'sishining cheklangan resurslarga bog'liq bo'lishini ko'rsatadi va quyidagi differensial tenglama bilan ifodalanadi:

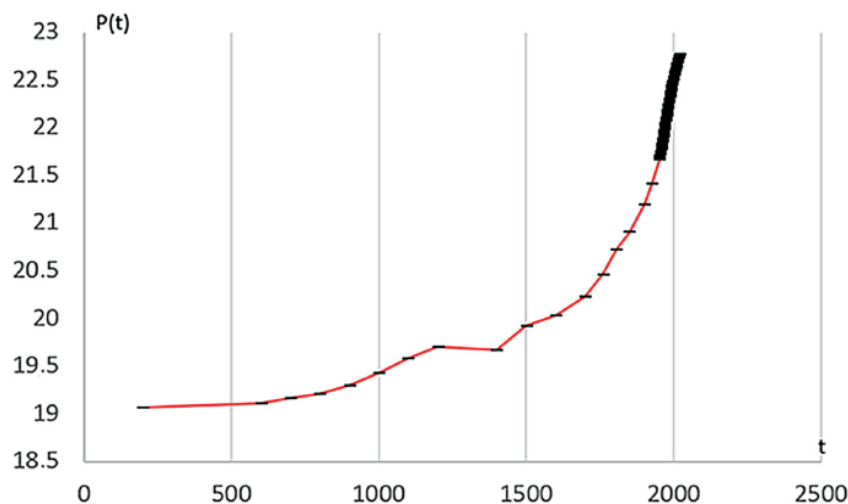
$$\frac{dP}{dt} = rP \left(1 - \frac{P}{K} \right),$$

bu yerda:

- P – populyatsiya soni,
- r – o'sish sur'ati (tezligi),
- K – muhitning quvvati (maksimal imkoniyat, ya'ni resurslar chegarasi).

Bu sistema chiziqli bo'lmagan, chunki o'sish sur'ati $\frac{dP}{dt}$ populyatsiya P ning o'ziga qarab o'zgaradi. Tizimda o'sish sur'ati avval tezlashadi lekin populyatsiya P K ha yaqinlashganda, o'sish sur'ati sekinlashadi va oxir-oqibat to'xtaydi. Matematik

ravoshda, bu sistemaning chiziqli bo'lmagan ekanligini uning tenglamasidagi $(1 - \frac{P}{K})$ faktoridan ko'rishimiz mumkin.



D. Avtonom va Noavtonom dinamik sistemalar

Tizim turi	Avtonom Misollar	Noavtonom Misollar
Fizika	Oddiy mayatnik, LRC zanjiri	Majburiy tebranish, o'zgaruvchan tezlik
Biologiya	Malthus populyatsiya modeli	Mavsumiy populyatsiya modeli
Iqtisodiyot	Solow iqtisodiy o'sish modeli	Inflyatsiya modeli
Muhandislik	Mexanik tebranishlar	Vaqt bo'yicha boshqariladigan robot qo'li

Xulosa

Dinamik sistemalar fan va texnikaning turli sohalarida qo'llaniladi:

- Fizika: Mayatnik harakati, elektr zanjirlari, kvant mexanikasi.
- Muhandislik: Avtomatlashtirish, robototexnika, aviatsiya boshqaruvi.
- Biologiya: Yurak urishi modeli, populyatsiya o'sishi, viruslar tarqalishi.
- Ekologiya: Iqlim o'zgarishi, ekologik barqarorlik.
- Iqtisodiyot: Inflyatsiya modeli, fond bozori dinamikasi, iqtisodiy o'sish.

Dinamik sistemalar turli sohalarida muhim rol o'ynaydi va real jarayonlarni modellashtirish uchun ishlatiladi. Ular yordamida tabiat qonunlarini chuqurroq tushunish, iqtisodiy va muhandislik jarayonlarini optimallashtirish, hamda iqlim va biologik tizimlarni o'rganish mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Ganikhodzhaev R.N., Mukhamedov F.M., Rozikov U.A. Inf. Dim. Anal. Quant. Prob. Rel. Fields. 2011. V.14, No.2, p.279-335.
2. Rasulov Kh.R.«On a continuous time F - quadratic dynamical system». Uzbek mathematical journal, 2018 y., No4, p.126-130.
3. Расулов Х.Р., Яшиева Ф.Ю. Икки жинсли популяциянинг динамикаси ҳақида // Scientific progress, 2:1 (2021), p.665-672.

4. Розиков У.А., Жамилов У.У. F-квадратичные стохастические операторы // Математические заметки, 83:4 (2008), с. 606-612
5. Розиков У.А., Жамилов У.У. Вольтерровские КСО двуполой популяции // Украинский математический журнал. 63:17 (2011). С. 985-998.
6. Rasulov X. R. On a Volterra dynamical system of a two-sex population, Lobachevskii Journal of Mathematics, 45(8), 3975-3985 pp., 2024.
7. Расулов Х.Р. О качественном анализе одного класса вольтеровских квадратично-стохастических операторов с непрерывным временем. Математические заметки, 2024, том 116, выпуск 5, стр. 792–808.
8. Расулов Х.Р. Об одной квадратичной динамической системе с непрерывным временем // Тезисы международной научно-практической конференции «Актуальные задачи математического моделирования и информационных технологий» Nukus, May 2-3, 2023, Стр.286-287.
9. Расулов Х.Р. Аналог задачи Трикоми для квазилинейного уравнения смешанного типа с двумя линиями вырождения // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки, 2022. Т. 26, № 4.
10. Rasulov X.R. Qualitative analysis of strictly non-Volterra quadratic dynamical systems with continuous time // Communications in Mathematics, 30 (2022), no. 1, pp. 239-250.
11. Rasulov, R. X. R. (2022). Квази чизикли гиперболик турдаги тенглама учун Коши масаласи. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 18(18).
12. Xaydar Raupovich Rasulov. Boundary value problem in a domain with deviation from the characteristics for one nonlinear equation with mixed type. AIP Conf. Proc. 2781, 020016 (2023)
8. Расулов Х.Р. О некоторых символах математического анализа // Science and Education, scientific journal, 2:11 (2021), p.66-77.
13. Расулов Х.Р. О понятие асимптотического разложения и ее некоторые применения // Science and Education, scientific journal, 2:11 (2021), pp.77-88.
14. Xaydar R. Rasulov. On the solvability of a boundary value problem for a quasilinear equation of mixed type with two degeneration lines // Journal of Physics: Conference Series 2070 012002 (2021), pp.1–11.
15. Rasulov Kh.R. (2018). On a continuous time F - quadratic dynamical system // Uzbek Mathematical Journal, №4, pp.126-131.
16. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Роль математики в биологических науках // Проблемы педагогики, № 53:2 (2021), с. 7-10.
17. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Математические модели и законы в биологии // Scientific progress, 2:2 (2021), p.870-879.
18. Шукурова М.Ф., Раупова М.Х. Каср тартибли интегралларни ҳисоблашга доир методик тавсиялар // Science and Education, scientific journal,

3:3 (2022),
65-76 b.

19. Бозорова Д.Ш., Раупова М.Х. О функции Грина вырождающегося уравнения эллиптического типа // Science and Education, scientific journal, 3:3 (2022), с.14-22.

20. Жамолов Б.Ж., Раупова М.Х. О функции Римана вырождающегося уравнения гиперболического типа // Science and Education, scientific journal, 3:3 (2022), с.23-30.

21. Rasulov, X. (2022). Об одной динамической системе с непрерывным временем. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 22(22).

22. Rasulov, R. X. R. (2022). Buzilish chizig'iga ega kvazichiziqli elliptik tenglama uchun Dirixle-Neyman masalasi. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 18(18).

23. Rasulov, R. X. R. (2022). Иккита перпендикуляр бузилиш чизигига эга бўлган аралаш типдаги тенглама учун чегаравий масала ҳақида. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 22(22).

24. Rasulov, R. X. R. (2022). Бузилиш чизигига эга бўлган квазичизиқли аралаш типдаги тенглама учун Трикоми масаласига ўхшаш чегаравий масала ҳақида. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 18(18).

25. Rasulov, X. (2022). Краевые задачи для квазилинейных уравнений смешанного типа с двумя линиями вырождения. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 8(8).

26. Rasulov, X. (2022). Об одной краевой задаче для нелинейного уравнения эллиптического типа с двумя линиями вырождения. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 18(18).

27. Rasulov, X. (2022). О динамике одной квадратичной динамической системы с непрерывным временем. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 18(18).

28. Rasulov, H. (2021). Boundary value problem for a quasilinear elliptic equation with two perpendicular line of degeneration. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 5(5).

29. Rasulov, H. (2021). Баъзи динамик системаларнинг сонли ечимлари ҳақида. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 2(2).

30. Rasulov, H. (2021). One dynamic system with continuous time. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 5(5).