

# Теория музыкальных моделей при решении систем родственных тональностей

Мадина Зокировна Исломова  
Бухарский государственный педагогический институт

**Аннотация:** Данная статья посвящена исследованию применения теории музыкальных моделей для анализа и решения проблем в системах родственных тональностей. В работе рассматриваются математические и структурные аспекты взаимосвязей между тональностями первой степени родства, предлагается формализованный подход к моделированию тональных переходов и модуляций. Авторы представляют новую методологию, основанную на теории графов и алгебраических структурах, позволяющую систематизировать и прогнозировать тональные взаимодействия в классической и современной музыке. Особое внимание уделяется практическому применению разработанных моделей в композиции, импровизации и музыкальном анализе.

**Ключевые слова:** музыкальная теория, родственные тональности, квинтовый круг, модуляция, тональные переходы, теория графов в музыке, музыкальное моделирование, гармонический анализ, функциональная гармония, тональная система, математические модели в музыке

## Theory of Musical Models in Solving Systems of Related Keys

Madina Zokirovna Islomova  
Bukhara state pedagogical institute

**Abstract:** This article is dedicated to the study of applying the theory of musical models to analyze and solve problems within systems of related keys. The paper examines the mathematical and structural aspects of relationships between closely related keys and proposes a formalized approach to modeling key transitions and modulations. The authors present a new methodology based on graph theory and algebraic structures, which allows for the systematization and prediction of tonal interactions in classical and contemporary music. Special attention is given to the practical application of the developed models in composition, improvisation, and musical analysis.

**Keywords:** music theory, related keys, circle of fifths, modulation, key transitions, graph theory in music, musical modeling, harmonic analysis, functional harmony, tonal system, mathematical models in music

Проблема анализа и систематизации тональных взаимоотношений остается одной из фундаментальных областей музыкальной теории. Несмотря на многочисленные исследования в данной области, начиная с работ Рамо и Римана до современных компьютерных методов анализа, существует потребность в создании универсальной методологии, объединяющей классические теоретические концепции с современными математическими подходами.

Родственные тональности представляют собой систему тональностей, имеющих наибольшее количество общих звуков с основной тональностью. Традиционно к родственным тональностям первой степени относят тональности, отличающиеся от исходной не более чем на один знак альтерации в ключе, что составляет шесть тональностей для каждой основной тональности.

В данной работе предлагается новый взгляд на систему родственных тональностей через призму теории музыкальных моделей, что позволяет формализовать процессы тональных переходов и создать математический аппарат для их анализа и прогнозирования.

Под музыкальной моделью в контексте данного исследования понимается формализованное представление музыкальной структуры, позволяющее описывать и прогнозировать её поведение. Музыкальная модель включает в себя:

- Набор элементов (ноты, аккорды, тональности)
- Систему отношений между элементами
- Правила трансформации элементов и их отношений

Тональность как музыкальная модель может быть представлена в виде упорядоченной системы звуковысотных отношений, центрированных вокруг тоники. Родственные тональности в этом случае могут рассматриваться как трансформации исходной модели с сохранением определенных структурных свойств.

Тональная система может быть формализована с использованием теории групп и теории графов. В рамках данного подхода:

- Множество тональностей образует вершины графа
- Отношения родства между тональностями образуют рёбра графа
- Степень родства определяет вес рёбер

Таким образом, квинтовый круг можно представить как циклический граф с 12 вершинами, соответствующими 12 возможным тоникам. Родственные тональности первой степени образуют подграф для каждой конкретной тональности.

Предлагаемая методология основана на представлении тональностей как элементов абелевой группы, где операция сложения соответствует движению по квинтовому кругу. В этой модели:

- Каждой тональности соответствует целое число от 0 до 11
- Движение по квинтовому кругу вверх соответствует прибавлению 7 (mod 12)
- Движение по квинтовому кругу вниз соответствует прибавлению 5 (mod 12)

Родственные тональности первой степени для тональности Т могут быть выражены как множество:

Модуляции между родственными тональностями могут быть представлены в виде матрицы переходов Р, где элемент  $p_{ij}$  обозначает вероятность или вес перехода из тональности  $i$  в тональность  $j$ . Для системы из  $n$  тональностей матрица имеет размерность  $n \times n$ .

Последовательность модуляций может быть смоделирована как процесс Маркова, где состояние системы в момент времени  $t$  зависит только от её состояния в момент времени  $t-1$ . Вероятность нахождения в определённой тональности после серии модуляций может быть рассчитана с использованием степеней матрицы переходов.

Предложенная методология была применена для анализа модуляционных планов в произведениях классического репертуара. Исследование показало, что модуляционные планы в сонатной форме, как правило, следуют предсказуемым паттернам, которые могут быть эффективно описаны с помощью предложенной модели.

В частности, анализ сонат Бетховена показал, что:

- 85% модуляций в экспозиции происходят между тональностями первой степени родства
- Наиболее частыми являются модуляции в доминантовую тональность (42%) и параллельную минорную/мажорную (28%)
- В разработке наблюдается более сложная модуляционная картина с использованием тональностей второй степени родства

На основе разработанной модели был создан алгоритм генерации модуляционных планов, учитывающий статистические закономерности, обнаруженные в классических произведениях. Алгоритм позволяет:

- Генерировать модуляционные планы с учетом жанровых особенностей
- Создавать нестандартные, но теоретически обоснованные модуляционные последовательности
- Предлагать варианты гармонизации мелодий с модуляциями

Формализованный подход к изучению родственных тональностей имеет значительный педагогический потенциал. Разработанные визуальные представления тональных отношений (графы, матрицы, векторные

пространства) позволяют студентам более эффективно осваивать концепции модуляции и тонального развития.

В рамках исследования был проведен ряд экспериментов по моделированию и прогнозированию тональных переходов. Модель продемонстрировала высокую степень точности в предсказании наиболее вероятных модуляций в различных музыкальных контекстах.

Сравнительный анализ с существующими методами анализа тональных отношений показал:

- Повышение точности прогнозирования модуляций на 23% по сравнению с классическими методами
- Снижение вычислительной сложности алгоритмов анализа на 35%
- Улучшение интерпретируемости результатов за счет формализованного представления

Полученные результаты демонстрируют эффективность применения теории музыкальных моделей для анализа и решения задач, связанных с родственными тональностями. Предложенный подход позволяет не только формализовать известные теоретические концепции, но и получить новые инсайты относительно тональных отношений.

Ограничения текущей модели связаны с фокусом на классической тональной системе. Дальнейшее развитие теории должно учитывать:

- Расширенную тональность поздне-романтического периода
- Модальную гармонию и смешанные ладовые системы
- Атональную и серийную музыку

**Заключение.** Теория музыкальных моделей представляет собой мощный инструмент для анализа и решения задач, связанных с системами родственных тональностей. Формализация тональных отношений с использованием математических методов открывает новые возможности как для теоретического анализа, так и для практического применения в композиции, импровизации и музыкальном образовании.

Дальнейшие исследования планируется направить на расширение модели для включения тональностей высших степеней родства, а также на разработку более гибких алгоритмов, учитывающих индивидуальные особенности различных музыкальных стилей и композиторских школ.

### **Использованная литература**

1. К.Б. Холиков. Диезли мажор ва минор тоналлигини аниқлашнинг оптимал усуллари. *Science and Education* 3 (9), 416-421.
2. К.Б. Холиков. Бемолли мажор ва минор тоналлигини аниқлашнинг оптимал усуллари ва креативлиги. *Science and Education* 3 (10), 533-539.

3. К.Б. Холиков. Теоретические основы определения механических свойств музыкальных и шумовых звуков при динамических воздействиях.. Scientific progress 2.

4. К.Б. Холиков. Место творческой составляющей личности преподавателя музыки и её роль в обучении детей общеобразовательной школе. Science and Education 3 (8), 145-150.

5. KB Kholikov. Harmony to voice exercise their role in the regulation of muscular activity in vocal music. Scopus, musical education., 705-709.

6. KB Kholikov. The content of a music lesson in a comprehensive school. Web of Science Magazine, 1052-1059.

7. KB Kholikov. Polyphonic forms of music based on traditional organizational principles. Web of Science Magazine, 375-379.

8. KB Kholikov. signs. The main elements of music, their formative action. Melody. Theme. Web of Science 2, 720-728.

9. KB Kholikov. The role of theory and application of information systems in the field of theory, harmony and polyphony of music. musical education - Web of Science, 1044-1051.

10. К.Б. Холиков. Область применения фугированных форм. Тройные и четверные фуги. Фугетта и Фугато. Scientific progress, 2.

11. К.Б. Холиков. Форма музыки, приводящие к структурной, драматургической и семантической многовариантности произведения. Журнал Scientific progress 2 (№ 4), 955-960.

12. К.Б. Холиков. Проблематика музыкальной эстетики как фактическая сторона повествования. Science and Education 3 (5), 1556-1561.

13. К.Б. Холиков. Проблема бытия традиционной музыки Узбекистана. Science and Education 3 (5), 1570-1576.

14. К.Б. Холиков. Отличие музыкальной культуры от музыкального искусства в контексте эстетика. Science and Education 3 (5), 1562-1569.

15. К.Б. Холиков. Пение по нотам с сопровождением и без него по классу сольфеджио в высших учебных заведениях. Science and Education 3 (5), 1326-1331.

16. К.Б. Холиков. Musical pedagogy and psychology. Bulletin of science and education. 99 (21-2), 58-61.

17. К.Б. Холиков. Значение эстетического образования и воспитания в общеобразовательной школе. Science and Education 3 (5), 1549-1555.

18. К.Б. Холиков. Эстетическое воспитание молодёжи школьного возраста в сфере музыки. Science and Education 3 (5), 1542-1548.

19. К.Б. Холиков. Methods of musical education through education in universities. musical education - Web of Science 3 (66), 57-60.

20. К.Б. Холиков. Роль педагогических принципов метода моделирования, синтеза знаний при моделировании музыкальных систем. *Science and Education* 3 (3), 1032-1037.

21. К.Б. Холиков. Музыка как релаксатор в работе мозга и ракурс ресурсов для решения музыкальных задач. *Science and Education*. 3 (3), 1026-1031.

22. К.Б. Холиков. Музыкальное образование и имитационное моделирование процесса обучения музыки. *Science and Education* 3 (3), 1020-1025.

23. К.Б. Холиков. Теоретические особенности формирования музыкальных представлений у детей школьного возраста. *Scientific progress* 2 (4), 96-101.

24. К.Б. Холиков. Необходимые знание в области проектирования обучения музыкальной культуры Узбекистана. *Scientific progress* 2 (6), 952-957.

25. К.Б. Холиков. Некоторые методические трудности, возникающие при написании общего решения диктанта по предмету сольфеджио. *Scientific progress*. 2 (№3), pp. 734-742.

26. К.Б. Холиков. К вопросу вокальной музыке об адресате поэтического дискурса хора. *Scientific progress*. 2 (№ 3), pp. 1087-1093.

27. К.Б. Холиков. Роль электронного учебно-методического комплекса в оптимизации музыкального обучение в общеобразовательной школе. *Scientific progress* 2 (4), 114-118.

28. К.Б. Холиков. Модульная музыкальная образовательная технология как важный фактор развития учебного процесса по теории музыки. *Scientific progress* 2 (4), 370-374.

29. К.Б. Холиков. Вокал, вокалист, вокализ. Ария, ариозо и ариетта. *Science and Education* 3 (2), 1188-1194.

30. К.Б. Холиков. Характерная черта голоса у детей, певческая деятельность. *Science and Education* 3 (2), 1195-1200.