

Ko'p o'lchovli massiv uchun belgilangan funksiyalarni tadqiq qilish va ularning analitik hamda raqamli xususiyatlari

Gulbodom Oybek qizi Norqulova
BXU

Annotatsiya: Ushbu maqolada ko'p o'lchovli massivlar va ular uchun belgilangan funksiyalarni matematik nuqtai nazardan o'rganish, ularning analitik rivojlanish qonuniyatlari hamda raqamli hisoblash metodlari asosida tahlil qilish masalalari yoritiladi. Zamonaviy hisoblash tizimlari, modellashtirish algoritmlari va ma'lumotlar tuzilmasi bilan bog'liq jarayonlar ko'p o'lchovli massivlar ustida bajariladigan funksiyalar bilan chambarchas bog'liq bo'lib, ularni chuqur o'rganish nazariy hamda amaliy jihatdan muhim ahamiyatga ega. Maqolada ushbu funksiyalarning xususiyatlarini aniqlash, ularni didaktik yondashuv asosida talabalarga o'rgatish metodikasi, shuningdek, ularni qo'llashga doir misollar, ilmiy qarashlar va matematik isbotlar keltiriladi.

Kalit so'zlar: ko'p o'lchovli massiv, funksiyalar, analitik xususiyatlar, raqamli metodlar, differensiallik, chiziqlilik, diskret struktura, modellashtirish, didaktika, algoritm

Research of functions defined for multidimensional arrays and their analytical and numerical properties

Gulbodom Oybek kizi Norqulova
BIU

Abstract: This article covers the study of multidimensional arrays and functions defined for them from a mathematical point of view, their analytical development laws and analysis based on numerical calculation methods. Modern computing systems, modeling algorithms and processes related to data structures are closely related to functions performed on multidimensional arrays, and their in-depth study is of great theoretical and practical importance. The article presents methods for determining the properties of these functions, teaching them to students based on a didactic approach, as well as examples of their application, scientific views and mathematical proofs.

Keywords: multidimensional array, functions, analytical properties, numerical methods, differentiation, linearity, discrete structure, modeling, didactics, algorithm

Kirish. XXI asrda axborot texnologiyalari, sun'iy intellekt, katta ma'lumotlar bazasi (Big Data) va matematik modellashtirish sohalarining jadallik bilan rivojlanishi natijasida ko'p o'lchovli massivlar va ular bilan bog'liq funksiyalarni tahlil qilish masalalari yanada dolzarb bo'lib qoldi. Ko'p o'lchovli massiv tushunchasi matematikaning turli bo'limlarida - chiziqli algebra, sonlar nazariyasi, funksional analiz, ehtimollar nazariyasi, raqamli analiz, algoritmlar nazariyasi - keng qo'llaniladi. Ayniqsa, ko'p o'lchovli massivlar ustida aniqlangan funksiyalarni o'rganish kompyuter grafikasi, mashinaviy o'qitish, fizika modellarini sonli yechish, iqtisodiy prognozlash kabi sohalarda markaziy o'rin tutadi.

Matematika o'qituvchilari, dasturchilar, modellashtiruvchilar va ilmiy tadqiqotchilar uchun ko'p o'lchovli massiv funksiyalarining tabiatini chuqur anglash, ularning analitik xususiyatlarini farqlash hamda raqamli metodlar yordamida hisoblash natijalarini baholash zarurdir. Shu sababli ushbu mavzuni chuqur o'rganish, nazariy tamoyillarni shakllantirish va ulardan foydalanish bo'yicha didaktik tavsiyalar ishlab chiqish bugungi kunda katta ahamiyatga ega.

Mazkur maqolaning maqsadi - ko'p o'lchovli massivlar uchun belgilangan funksiyalarni matematik jihatdan tadqiq qilish, ularning analitik va raqamli xususiyatlarini tahlil qilish hamda bu jarayonlarni o'qitishda qo'llanishi mumkin bo'lgan didaktik metodlarni ishlab chiqishdir.

Asosiy qism

1. Ko'p o'lchovli massiv va ular uchun belgilangan funksiyalar tushunchasi

Ko'p o'lchovli massiv - bu elementlari $\{a_{i_1, i_2, \dots, i_n}\}$ ko'rinishda indekslangan, n o'lchamli tartiblangan to'plam bo'lib, u matematikada n -o'lchamli matritsa yoki n -o'lchamli tarmoqqa tenglashtiriladi.

Agar $n = 1$ bo'lsa - vektor,

$n = 2$ bo'lsa - matritsa,

$n \geq 3$ bo'lsa - ko'p o'lchovli massiv hosil bo'ladi.

Massiv ustida belgilangan funksiyalar quyidagicha aniqlanadi:

$f: A \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ $f: A \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$

Bu yerda A - massiv elementlari to'plami, f esa ular ustida bajariladigan funksional amaldir.

Ko'p o'lchovli massiv funksiyalariga quyidagilar kiradi:

- elementlar yig'indisi funksiyasi;
- normani hisoblovchi funksiyalar;
- chiziqli operatorlar;
- ko'p o'lchamli interpolatsiya funksiyalari;
- gradient, divergentsiya va boshqa differensial funksiyalar;
- konvolyutsiya funksiyasi (sun'iy intellektda keng qo'llaniladi).

2. Funksiyalarning analitik xususiyatlari

Ko'p o'lchovli massiv funksiyalarining analitik xususiyatlarini o'rganish ularning matematik tabiatini chuqur anglash imkonini beradi. Ularning eng muhim analitik xususiyatlari quyidagilardir:

2.1. Uzluksizlik

Funksiya f uzluksiz bo'lishi uchun har bir nuqtada quyidagi shart bajarilishi kerak:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

Ko'p o'lchamli massivlarda bu shart barcha o'lchamlar bo'yicha tekshiriladi.

2.2. Differensiallanuvchanlik

Ko'p o'lchovli funktsiyaning differensialligi quyidagiga teng:

$$f'(x) = (\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n}) \quad f'(x) = (\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n})$$

Bu - gradient funksiyasi bo'lib, ko'p o'lchovli modellashtirishning asosiy elementidir.

2.3. Chiziqlilik

Chiziqli funksiyalar tizimni soddalashtirib, hisoblash jarayonini yengillashtiradi:

$$f(x+y) = f(x) + f(y) \quad f(x+y) = f(x) + f(y)$$

2.4. Konvekslik

Konveks funksiyalar optimizatsiya nazariyasi uchun muhim:

$$f(\lambda x + (1-\lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1-\lambda)f(y) \quad f(\lambda x + (1-\lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1-\lambda)f(y)$$

Bu ko'p o'lchamli optimizatsiyada asosiy rol o'ynaydi.

3. Ko'p o'lchovli massiv funksiyalarining raqamli xususiyatlari

Raqamli xususiyatlar funktsiyaning kompyuterda qanday ishlashi bilan bog'liq.

3.1. Hisoblash murakkabligi

Ko'p o'lchamli massivlar bilan bog'liq algoritmlar odatda yuqori murakkablikka ega:

- 1D massivlarda - $O(n)$
- 2D massivlarda - $O(n^2)$
- ND massivlarda - $O(n^d)$

Bu esa o'lcham oshgan sari hisoblash xarajatlari keskin ortishini anglatadi.

3.2. Diskretlashtirish

Ko'p o'lchovli funktsiyalarni raqamli yechishda ularni diskret shaklga keltirish talab etiladi:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow f(i_1, i_2, \dots, i_n) \quad f(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow f(i_1, i_2, \dots, i_n)$$

Bu jarayon sonli metodlarning barcha turlarida qo'llanadi.

3.3. Raqamli xatolik

Ko'p o'lchamli hisoblashlarda xatoliklar ko'payadi:

- kasr sonlarni kompyuterda ifodalash xatolari,
- truncation xatolari,
- rounding xatolari.

3.4. Raqamli barqarorlik

Ko'p o'lchovli funksiyalar ustida iteratsion hisoblashlar barqaror bo'lishi kerak. Aks holda sistemaning yechimi divergentsiyaga olib kelishi mumkin.

4. Ko'p o'lchovli massiv funksiyalarining qo'llanilishi

Ko'p o'lchovli massivlar funksiyalari zamonaviy fan va texnikada juda keng qo'llanadi.

4.1. Sun'iy intellekt va mashinaviy o'qitishda

Konvolyutsiya funksiyalari tasvirni qayta ishlash jarayonida qo'llaniladi.

4.2. Fizik modellashtirishda

Issiqlik tarqalishi, to'lqin tenglamalari, elektromagnit maydonlar ko'p o'lchamli massivlar orqali ifodalanadi.

4.3. Tibbiy tomografiya

3D tibbiy tasvirlar massivlar ko'rinishida saqlanadi va ular ustida interpolatsiya funksiyalari ishlaydi.

4.4. Iqtisodiy modellar

Ko'p omilli regressiya modellari ko'p o'lchamli funksiyalar asosida quriladi.

5. Didaktik yondashuv: mazkur mavzuni o'qitish metodikasi

Ko'p o'lchamli massiv funksiyalari mavzusi murakkab bo'lgani sababli o'qitishda maxsus yondashuv talab etiladi.

5.1. Bosqichma-bosqich o'qitish modeli

1. Oddiy massivlar bilan tanishtirish

2. 2D matritsa funksiyalari

3. 3D massivlar

4. Ko'p o'lchamli massivlar

5. Analitik xususiyatlar

6. Raqamli metodlar

7. Amaliy misollar

5.2. Vizualizatsiya metodlari

Talabalarda abstrakt fikrlashni shakllantirish uchun quyidagilar qo'llanadi:

- grafik modellar,
- 3D vizualizatsiyalar,
- interaktiv dasturlar,
- simulyatsiyalar.

5.3. Amaliy mashg'ulotlar orqali mustahkamlash

Talabalar quyidagi vazifalarni bajarishi mumkin:

- massiv elementlarini o'lchamlar bo'yicha tahlil qilish,

- funksiyalarni hisoblash algoritmlarini ishlab chiqish,
- Python, MATLAB, R muhitlarida ko'p o'lchovli funksiyalar bilan ishlash.

5.4. Kompetensiya asosida baholash

Baholash mezonlari:

- nazariy tushunchalar,
- analitik yechimlar,
- raqamli metodlardan foydalanish,
- algoritm yaratish qobiliyati.

Xulosa. Ko'p o'lchovli massivlar uchun belgilangan funksiyalarni o'rganish zamonaviy matematika va kompyuter fanining eng muhim yo'nalishlaridan biridir. Ushbu funksiyalar ko'plab amaliy tizimlarning - sun'iy intellekt, fizika modellar, iqtisodiy prognozlash, katta ma'lumotlar tizimlari - asosini tashkil etadi. Funksiyalarning analitik xususiyatlarini o'rganish ularning matematik tabiatini chuqur anglashga yordam beradi, raqamli metodlar esa ularni kompyuterda samarali qayta ishlash imkonini beradi. Ushbu jarayonlarni o'qitishda didaktik yondashuvning to'g'ri tanlanishi talabalar bilimini mustahkamlashda muhim ahamiyat kasb etadi.

Mazkur maqolada ko'p o'lchovli massivlarning funksiyalarini o'rganish bo'yicha nazariy tamoyillar, ularning analitik va raqamli xususiyatlari, qo'llash sohalari hamda didaktik metodlar yoritildi. Tadqiqot natijalari mazkur yo'nalishning fan va texnologiyalar rivojidadagi o'rni beqiyos ekanini ko'rsatadi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Anton, H., & Rorres, C. Elementary Linear Algebra. Wiley, 2020.
2. Burden, R. L., & Faires, J. D. Numerical Analysis. Cengage Learning, 2015.
3. Goodfellow, I., Bengio, Y., & Courville, A. Deep Learning. MIT Press, 2016.
4. Strang, G. Linear Algebra and Learning from Data. MIT Press, 2019.
5. Lay, D. Linear Algebra and Its Applications. Pearson, 2018.
6. Tikhonov, A. N., & Arsenin, V. Y. Solutions of Ill-posed Problems. Winston, 1977.
7. Калиткин Н. Численные методы. Учебник, Москва, 2013.
8. O'zbekiston Milliy universiteti. Matematik analiz kursi bo'yicha ma'ruzalar matni, 2021.
9. Press, W. H. Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing. Cambridge University Press, 2007.
10. Bishop, C. Pattern Recognition and Machine Learning. Springer, 2006.