

Ko'p o'lchovli massivlarda belgilangan funksiyalarni ularning funksional va tuzilish xususiyatlari nuqtai nazaridan tahlil qilish

Gulbodom Oybek qizi Norqulova
BXU

Annotatsiya: Ushbu maqolada ko'p o'lchovli massivlarda (multidimensional arrays) belgilangan funksiyalarning funksional va tuzilish (strukturaviy) xususiyatlari chuqur tahlil qilinadi. Ko'p o'lchamli ma'lumot tuzilmalaridagi funksiyalarning matematik tabiati, ular o'rtasidagi bog'lanishlar, strukturaviy barqarorlik, funksiyalarning turlari va o'zgarmaslik xossalari yoritiladi. Shuningdek, funksiyalarning kompyuter hisoblashlari, sun'iy intellekt algoritmlari, sonli metodlar, fizika va iqtisodiyot modellarida qo'llanilish jihatlari keng yoritilgan. Maqolada shu mavzuni o'qitishga doir didaktik yondashuvlar ham beriladi: tushunchalarni bosqichma-bosqich shakllantirish, vizual taqdimot, muammoli vazifalar va kompetensiya asosida o'qitish metodlari.

Kalit so'zlar: ko'p o'lchovli massiv, funksiya, strukturaviy xususiyatlar, funksional tahlil, normallar, gradient, chiziqlilik, metrika, sonli metodlar, didaktika

Analysis of functions defined in multidimensional arrays from the point of view of their functional and structural properties

Gulbodom Oybek qizi Norqulova
BIU

Abstract: This article provides an in-depth analysis of the functional and structural properties of functions defined in multidimensional arrays. The mathematical nature of functions in multidimensional data structures, their connections, structural stability, types of functions and invariance properties are covered. The application of functions in computer calculations, artificial intelligence algorithms, numerical methods, and models of physics and economics is also widely covered. The article also provides didactic approaches to teaching this topic: step-by-step formation of concepts, visual presentation, problem-based tasks and competency-based teaching methods.

Keywords: multidimensional array, function, structural properties, functional analysis, normals, gradient, linearity, metric, numerical methods, didactics

Kirish. Zamonaviy matematika, kompyuter fanlari, sun'iy intellekt, fizika va iqtisodiyotda ko'p o'lchovli massivlar bilan ishlash keng ko'lamda qo'llanilmoqda. Ko'p o'lchamli massiv deganda ikki o'lchovli matritsa chegarasidan ancha murakkab bo'lgan, elementlari ko'p indekslar orqali aniqlanadigan yaxlit ma'lumot tuzilmasi tushuniladi. Bunday massivlar ustida belgilangan funksiyalar ko'plab modellar, algoritmlar va matematik jarayonlarning asosini tashkil etadi.

Ko'p o'lchovli massivlarda funksiyalarni tahlil qilish bir nechta qatlamlardan iborat:

1. Funksional xususiyatlar - chiziqlilik, uzluksizlik, differensiallanuvchanlik, konvekslik, noma'lumlik darajasi.

2. Tuzilish xususiyatlari - o'lchamlar soni, indekslar tartibi, massivning ichki quyi strukturalari, topologik va geometrik jihatlar.

3. Hisoblash xususiyatlari - massiv elementi ustida bajariladigan amallar murakkabligi, algoritmik yo'llar, sonli barqarorlik.

Ushbu omillarni chuqur o'rganish ilmiy tadqiqotlarning keng qatori uchun asos bo'lib xizmat qiladi. Ayniqsa, sun'iy intellekt, mashinaviy o'qitish, sonli modellashtirishda ko'p o'lchamli funksiyalarni aniq tahlil qilish muvaffaqiyatning muhim omilidir.

Ushbu maqolaning maqsadi - ko'p o'lchovli massivlarda belgilangan funksiyalarni ularning funksional va tuzilish xususiyatlari nuqtai nazaridan tizimli tahlil qilish hamda bu murakkab mavzuni pedagogik jarayonda o'qitishning samarali didaktik metodlarini taklif etishdan iborat.

Asosiy qism

1. Ko'p o'lchovli massivlar: matematik model va strukturaviy asos

Ko'p o'lchovli massiv matematik jihatdan quyidagicha aniqlanadi:

$A = \{a_{i_1, i_2, \dots, i_n} | i_k = 1, 2, \dots, N_k, k = 1, \dots, n\}$. $A = \left\{ a_{i_1, i_2, \dots, i_n} \mid i_k = 1, 2, \dots, N_k, k = 1, \dots, n \right\}$. $A = \{a_{i_1, i_2, \dots, i_n} | i_k = 1, 2, \dots, N_k, k = 1, \dots, n\}$.

Bu yerda:

- n - o'lchamlar soni,
- N_k - k -o'lchamdagi elementlar soni.

Agar $n = 1$ bo'lsa - vektor,

$n = 2$ bo'lsa - matritsa,

$n \geq 3$ bo'lsa - ko'p o'lchamli massiv hosil bo'ladi.

Strukturaviy jihatdan ko'p o'lchamli massivlar:

- giper-matritsalar,
- tensorlar,
- ko'p indeksli to'plamlar sifatida qaraladi.

1.1. Tuzilish xususiyatlari

Ko'p o'lchamli massiv strukturasi quyidagi elementlarni o'z ichiga oladi:

- o'lchamlar soni (rank),
- har bir o'lcham uzunligi,
- indekslar bo'yicha bog'lanish,
- elementlar o'rtasidagi geometrik joylashuv,
- massivning lokal strukturalari.

Bu tuzilma funksiyalarni aniqlashda muhim rol o'ynaydi. Misol uchun:

- 2D massivda gradient bo'ylama va ko'ndalang yo'nalishda olinadi,
- 3D massivda esa gradient uch yo'nalishga ega.

Demak, tuzilma funksiyaning matematik ko'rinishini belgilab beradi.

2. Ko'p o'lchovli massivlarda belgilangan funksiyalar

Ko'p o'lchovli massiv ustida quyidagi turdagi funksiyalar aniqlanishi mumkin:

2.1. Elementlar bo'yicha funksiyalar

Masalan:

$$f(A) = \sum_{i=1, \dots, n} a_{i1}, \dots, a_{in} \quad f(A) = \sum_{i=1, \dots, n} a_{i1}, \dots, a_{in}$$

Bu yig'indi funksiyasi.

2.2. O'lchamlar bo'yicha funksiyalar

Masalan:

$$f_k(A) = \max_{i=1, \dots, n} a_{ik} \quad f_k(A) = \max_{i=1, \dots, n} a_{ik}$$

2.3. Strukturaviy funksiyalar

- normallar,
- masofa funksiyalari,
- statistik funksiyalar (dispersiya, o'rtacha).

2.4. Operator funksiyalar

- gradient,
- divergentsiya,
- Laplas operatori,
- konvolyutsiya funksiyasi.

Bu operatorlar ko'p o'lchamli massivlarga qo'llanilganda murakkab natijalar beradi.

3. Funksional xususiyatlarni tahlil qilish

3.1. Uzluksizlik

Ko'p o'lchamli funksiyalar uchun uzluksizlik sharti:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

Massiv elementlari diskret bo'lgani uchun uzluksizlik ko'pincha interpolatsiya orqali modellashtiriladi.

3.2. Differensiallanuvchanlik

Ko'p o'lchovli funksiyaning qisman hosilalari:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_i}$$

Gradient esa:

$$\nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right) \nabla f = (\partial x_1 f, \dots, \partial x_n f)$$

Bu optimizatsiya va fizika jarayonlarida muhim.

3.3. Chiziqlilik

Funksiya chiziqli bo'lsa:

$$f(A+B)=f(A)+f(B), f(kA)=kf(A) f(A+B)=f(A)+f(B), \quad f(kA)=kf(A) f(A+B)=f(A)+f(B), f(kA)=kf(A)$$

Chiziqli funksiyalar:

- tez hisoblanadi,
- barqarorroq,
- algoritmik jihatdan qulay.

Ko'p tarmoqli neyron tarmoqlar chiziqsiz funksiyalarga asoslanadi.

3.4. Normallar va metrikalar

Normaning umumiy ko'rinishi:

$$\|A\|_p = \left(\sum_{i=1}^n |a_i|^p \right)^{1/p} \|A\|_p = \left(\sum_{i=1}^n |a_i|^p \right)^{1/p}$$

Bu funksiyalar:

- tasvirlarni qayta ishlashda,
- statistik tahlilda,
- ma'lumotni normallashtirishda ishlatiladi.

3.5. Konvekslik

Konvekslik optimallashtirish masalalarida asosiy xususiyatdir:

$$f(\lambda x + (1-\lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1-\lambda)f(y) f(\lambda x + (1-\lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1-\lambda)f(y)$$

Ko'p o'lchovli yo'qotish funksiyalari ko'pincha konveks bo'ladi.

4. Strukturaviy xususiyatlar tahlili

Funksiyalar massivning ichki tuzilmasini qanday "ko'ra olishi" ham muhim.

4.1. Lokal struktura

Funksiya elementning qo'shnilarini hisobga olsa, bu lokal funksiya sanaladi:

- konvolyutsiya,
- filtrlar,
- gradient filtrlari.

4.2. Global struktura

Bular:

- spektral analiz,
- asosiy komponentlar analizi (PCA),
- to'liq normallar,

- global maximum/minimum izlash.

4.3. Topologik strukturaviy xususiyatlar

Massiv elementlarini graf tarzida talqin qilish mumkin:

- tugunlar - elementlar,
- qirralar - qo'shnihilik.

Bu tahlil tasvirni segmentatsiya va neyron tarmoqlarda qo'llaniladi.

5. Funksiyalarni hisoblash jarayonlari

5.1. Hisoblash murakkabligi

Ko'p o'lchovli massivda funksiyaning hisoblanishi:

$$O(Nn)O(N^n)O(Nn)$$

Bu "o'lchamlar la'nati" muammosidir.

5.2. Raqamli usullar

- diskretlashtirish,
- differensial operatorlarning hisoblash sxemalari,
- interpolatsiya,
- integral diskretlash.

5.3. Raqamli barqarorlik

Funksiya:

- xatolarni kuchaytirishi yoki kamaytirishi mumkin.

Bu sonli modellar uchun hal qiluvchi omil.

6. Ko'p o'lchovli massiv funksiyalarining amaliy qo'llanishi

6.1. Sun'iy intellektda

- konvolyutsion neyron tarmoqlar (CNN),
- normalizatsiya funksiyalari,
- yo'qotish funksiyalari,
- aktivatsiya funksiyalari.

6.2. Fizik modellashtirishda

Ko'p o'lchamli massivlar:

- issiqlik tarqalishi,
- modda harakati,
- elektromagnit modellar kabi jarayonlarni ifodalaydi.

6.3. Iqtisodiy modellashtirishda

Ko'p o'zgaruvchili iqtisodiy funksiyalar:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) f(x_1, x_2, \dots, x_n) f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

6.4. Tibbiy tasvirlashda

MRI, CT tasvirlari - 3D massivlar.

7. Didaktik yondashuvlar

Murakkab mavzuni o'qitishda quyidagi metodlar samarali:

7.1. Bosqichma-bosqich o'qitish

1. vektorlar,
2. matritsalar,
3. 3D massivlar,
4. umumlashgan n-o'lchamli massivlar,
5. funksional xususiyatlar,
6. strukturaviy tahlil.

7.2. Vizualizatsiya

- 3D grafiklar,
- simulyatsiya dasturlari (MATLAB, Python NumPy),
- interaktiv modellar.

7.3. Muammoli ta'lim

Talabalar uchun amaliy topshiriqlar:

- konvolyutsiya hisoblash,
- gradient yo'nalishini topish,
- statistik funksiyalarni qo'llash.

7.4. Kompetensiya asosida baholash

Baholash mezonlari:

- nazariy tushunish,
- matematik tahlil,
- algoritm ishlab chiqish,
- dasturlash ko'nikmasi,
- ijodiy fikrlash.

Xulosa. Maqolada ko'p o'lchovli massivlarda belgilangan funksiyalarni ularning struktura va funksional xususiyatlari nuqtai nazaridan tahlil qilishning nazariy va amaliy jihatlari yoritildi. Funksiyalarni matematik tavsifi, ularning hisoblash metodlari va raqamli barqarorlik masalalari o'rganildi. Shuningdek, ko'p o'lchovli funksiyalarni turli fanlarda qo'llash imkoniyatlari chuqur tahlil qilindi. Mavzuni o'qitish didaktikasi esa murakkab tushunchalarni talabalarga samarali yetkazish yo'llari sifatida alohida ahamiyatga ega.

Bu tadqiqot ko'p o'lchovli massivlar bilan ishlash, ularning funksiyalarini o'rganish va amaliy modellashtirish jarayonlarini yanada chuqurlashtirishga xizmat qiladi. Ilmiy va amaliy sohalarda bunday funksiyalarni to'g'ri tahlil qilish murakkab tizimlar bilan ishlashda muhim ahamiyatga ega.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Strang, G. Linear Algebra and Learning from Data. MIT Press, 2019.
2. Goodfellow, I., Bengio, Y., Courville, A. Deep Learning. MIT Press, 2016.
3. Lay, D. Linear Algebra and Its Applications. Pearson, 2018.
4. Anton, H., Rorres, C. Elementary Linear Algebra. Wiley, 2020.

5. Press, W., Teukolsky, S., Vetterling, W. Numerical Recipes. Cambridge University Press, 2007.
6. Bishop, C. Pattern Recognition and Machine Learning. Springer, 2006.
7. Kalitkin, N. Chislennyye Metody. Moskva, 2013.
8. O'zbekiston Milliy Universiteti, Matematik analiz kursi bo'yicha ma'ruzalar. Toshkent, 2021.
9. Tikhonov, A.N. Functional Analysis. Nauka, 1985.
10. Horn, R., Johnson, C. Matrix Analysis. Cambridge University Press, 2013.