

Ko'p o'lchovli massivlar va ularning funksiyalarini analitik usullar yordamida tadqiq qilish

Gulbodom Oybek qizi Norqulova
BXU

Annotatsiya: Ushbu maqolada ko'p o'lchovli massivlar (multidimensional arrays) va ular ustida belgilangan funksiyalarni analitik usullar yordamida o'rganishning nazariy va amaliy jihatlari yoritiladi. Ko'p o'lchamli massivlar matematik modellashtirish, sonli analiz, sun'iy intellekt, chiziqli algebra, fizik jarayonlarni modellashtirish va statistik tahlilda keng qo'llaniladigan asosiy tuzilmalardan biridir. Maqolada massivlar ustida aniqlangan funksiyalarning analitik xususiyatlari - uzluksizlik, differensiallanuvchanlik, chiziqlilik, konvekslik, normativ xususiyatlar, spektral tahlil hamda ular uchun qo'llaniladigan asosiy analitik usullar ko'rib chiqiladi. Shuningdek, ushbu murakkab mavzuni o'qitishda didaktik yondashuvlar, bosqichma-bosqich o'rgatish metodlari va interaktiv texnologiyalardan foydalanish imkoniyatlari ko'rsatib berilgan.

Kalit so'zlar: ko'p o'lchovli massiv, analitik tahlil, gradient, differensial operatorlar, konveks funksiyalar, spektral tahlil, norma, metodologiya, didaktika

Study of multidimensional arrays and their functions using analytical methods

Gulbodom Oybek qizi Norqulova
BIU

Abstract: This article covers the theoretical and practical aspects of studying multidimensional arrays and functions defined on them using analytical methods. Multidimensional arrays are one of the main structures widely used in mathematical modeling, numerical analysis, artificial intelligence, linear algebra, modeling of physical processes and statistical analysis. The article considers the analytical properties of functions defined on arrays - continuity, differentiability, linearity, convexity, normative properties, spectral analysis, and the main analytical methods used for them. Also, didactic approaches, step-by-step teaching methods, and the possibilities of using interactive technologies in teaching this complex topic are shown.

Keywords: multidimensional array, analytical analysis, gradient, differential operators, convex functions, spectral analysis, norm, methodology, didactics

Kirish. Zamonaviy matematika va kompyuter fanlarida ko'p o'lchovli massivlar bilan ishlash tobora muhim ahamiyat kasb etib bormoqda. Sun'iy intellekt, fizika, iqtisodiyot, tibbiy diagnostika, geoinformatsion tizimlar, statistik tahlil, tasvirlarni qayta ishlash kabi ko'plab sohalarda ma'lumotlar odatda ko'p o'lchamli ko'rinishda uchraydi. Ko'p o'lchovli massivlarni matematik modellashirish, ularning funksiyalarini aniqlash va tahlil qilish murakkab jarayon bo'lib, yuqori darajadagi analitik tayyorgarlikni talab qiladi.

Analitik usullar yordamida massiv funksiyalarini o'rganish quyidagi asosiy savollarga javob beradi:

- Funksiya massiv tuzilmasiga qanday bog'langan?
- Funksiyaning uzluksizligi, differensiallanuvchanligi yoki konveksligi qanday baholanadi?

- Qanday analitik operatorlar massivlarga qo'llanilishi mumkin?
- Massiv funksiyalarining spektral xususiyatlari qanday aniqlanadi?
- Ko'p o'lchamli funksiyalarni sonli usullar orqali qanday hisoblash mumkin?

Maqolaning maqsadi - ko'p o'lchovli massivlar va ular ustida belgilangan funksiyalarni analitik usullar yordamida tadqiq qilishning asosiy tamoyillari, metodologiyasi va didaktik asoslarini chuqur ochib berishdir. Shuningdek, matematik ta'lim tizimida mazkur murakkab mavzuni samarali o'rgatish yo'llari ham ko'rsatiladi.

1. Ko'p o'lchovli massivlar: matematik model va strukturaviy asoslar

Ko'p o'lchamli massivlar matematik nuqtai nazardan quyidagi to'plam orqali ifodalanadi:

$$A = \{a_{i_1, i_2, \dots, i_n} | i_k \in \{1, \dots, N_k\}, k=1, \dots, n\}. A = \{a_{i_1, i_2, \dots, i_n} \mid i_k \in \{1, \dots, N_k\}, \forall k=1, \dots, n\}. A = \{a_{i_1, i_2, \dots, i_n} | i_k \in \{1, \dots, N_k\}, k=1, \dots, n\}.$$

Bu yerda:

- n - o'lchamlar soni,
- N_k - k -o'lchamdagi elementlar miqdori.

2D massiv - matritsa,

3D massiv - kub yoki hajmli struktura,

n D massiv - umumlashtirilgan ma'lumot to'plamidir.

Strukturaviy xususiyatlari:

- massiv rangi (rank),
- o'lcham uzunliklari,
- indekslar tizimi,
- lokal va global tuzilish,
- tartib va yo'nalishlar.

Ushbu struktura massiv ustida aniqlangan funksiyalarning xatti-harakati, xususiyatlari va hisoblash murakkabligiga bevosita ta'sir qiladi.

2. Ko'p o'lchovli massiv funksiyalarining analitik modellari

Ko'p o'lchovli massivlar ustida quyidagi turdagi funksiyalar aniqlanadi:

2.1. Elementar funksiyalar

$f(A) = \sum_{i=1, \dots, n} a_i$, $\inf(A) = \sum_{i=1, \dots, n} a_i$, $f(A) = \sum_{i=1, \dots, n} a_i$

2.2. Strukturaviy funksiyalar

- max/min,
- normallar,
- masofa funksiyalari.

2.3. Analitik operatorlar

- gradient,
- divergentsiya,
- Laplas operatori,
- konvolyutsiya.

Bu operatorlar aynan massiv tuzilmasi bilan bog'liq holda aniqlanadi.

3. Funksiyalarning analitik xususiyatlari

Ko'p o'lchovli massivlar ustida belgilangan funksiyalarni tahlil qilish ko'p qatlamli jarayon hisoblanadi.

3.1. Uzluksizlik

Analitik usullar yordamida massiv funksiyalarining uzluksizligi quyidagi limit orqali tekshiriladi:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a). \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a).$$

Uzluksizlik fizik modellar va sonli metodlarda barqaror natija olish uchun zarur.

3.2. Differensiallanuvchanlik va qisman hosilalar

Ko'p o'lchamli funksiyalarda qisman hosilalar mavjud bo'lsa:

$$\frac{\partial f}{\partial x_k}$$

gradient quyidagicha aniqlanadi:

$$\nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right) \nabla f = (\partial_1 f, \dots, \partial_n f)$$

Gradient:

- optimallashtirishda,
- neyron tarmoqlarda,
- fizik jarayonlarda muhim rol o'ynaydi.

3.3. Konvekslik

Konveks funksiyalar analitik tahlilda eng muhim sinflardan biridir:

$$f(\lambda x + (1-\lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1-\lambda)f(y). f(\lambda x + (1-\lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1-\lambda)f(y).$$

Konvekslik:

- global minimumni kafolatlaydi,
- hisoblashni soddalashtiradi.

3.4. Normallar va masofa funksiyalari

Ko'p o'lchamli normaning analitik ko'rinishi:

$$\|A\|_p = \left(\sum_{i=1}^n |a_i|^p \right)^{1/p} \quad \|A\|_p = \left(\sum_{i=1}^n |a_i|^p \right)^{1/p}$$

Bu funksiyalar:

- tasvirlarni qayta ishlash,
- ma'lumotlarni normallashtirish,
- statistik tahlilda ishlatiladi.

3.5. Spektral tahlil

Ko'p o'lchamli massivga mos keluvchi operatorlar spektrga ega bo'ladi:

- o'z qiymatlar,
- o'z vektorlar,
- spektral radius.

Bu tahlil:

- rezonans jarayonlarida,
- tasvir filtrlarida,
- tarmoqlarni tahlil qilishda qo'llaniladi.

4. Analitik usullar yordamida funksiyalarni o'rganish metodlari

4.1. Diskret analitik metodlar

- diskret gradient,
- diskret Laplas operatori,
- diskret divergentsiya.

4.2. Interpolatsiya va aproksimatsiya

Ko'p o'lchovli massiv asosida uzluksiz funksiya quriladi.

4.3. Analitik optimizatsiya metodlari

- gradient bo'yicha tushish,
- Nyuton metodi,
- konveks analiz asosidagi metodlar.

4.4. Fourier analizi

Massiv elementlari spektral komponentlarga ajratiladi.

Bu usul:

- tasvirlarni siqish,
- shovqinni kamaytirish,
- signallarni qayta ishlashda keng qo'llaniladi.

4.5. Diferensial tenglamalar uchun analitik yondashuvlar

Ko'p o'lchamli massivlar PDE (qisman differensial tenglamalar) yechimlarining raqamli modellarida ishtirok etadi.

5. Ko'p o'lchovli massiv funksiyalarining amaliy qo'llanilishi

5.1. Sun'iy intellekt va neyron tarmoqlar

Ko'p o'lchovli massivlar:

- konvolyutsion qatlamlar,
- aktivatsiya funksiyalari,
- yo'qotish funksiyalari uchun asos bo'ladi.

5.2. Fizik modellashtirish

Ko'p o'lchovli differensial tenglamalar:

- issiqlik tenglamalari,
- elastiklik nazariyasi,
- suyuqlik dinamikasi.

5.3. Iqtisodiyot modellarida

Ko'p omilli regressiya funksiyalarining analitik tahlili muhim:

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i x_i. y = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i x_i.$$

5.4. Biotibbiy tasvirlashda

MRI, CT kabi 3D massivlar analitik filtrlar yordamida tahlil qilinadi.

6. Didaktik yondashuvlar

Mazkur mavzu murakkab bo'lgani sababli uni o'qitishda maxsus pedagogik yondashuvlar zarur.

6.1. Bosqichma-bosqich o'rgatish metodikasi

1. Vektor va matritsalar
2. Tensorlar va n-o'lchamli massivlar
3. Elementar funksiyalar
4. Analitik operatorlar
5. Spektral tahlil
6. Amaliy dasturlar

6.2. Vizual modellashtirish

- MATLAB,
- Python NumPy,
- 3D grafik vositalari.

Bu talabalarga murakkab strukturani oson tushunishga yordam beradi.

6.3. Muammoli ta'lim

Masalalar:

- gradientni topish,
- massiv funksiyasining maximumini izlash,
- interpolatsiya modellarini qurish.

6.4. Kompetensiya asosida baholash

Talabalar quyidagiga ko'ra baholanadi:

- nazariy tushuncha,
- analitik tahlil,

- amaliy dasturlash,
- ijodiy yondashuv,
- mustaqil yechimlar.

Xulosa. Maqolada ko'p o'lchovli massivlar va ular ustida belgilangan funksiyalarni analitik usullar yordamida tadqiq qilishning nazariy va amaliy jihatlari keng yoritildi. Funksional tahlil usullari, algebraik va spektral metodlar, diskret operatorlar, interpolatsiya, optimizatsiya kabi analitik mexanizmlarning ko'p o'lchamli massivlarda qo'llanishi batafsil tahlil qilindi. Mazkur funksiyalar sun'iy intellekt, sonli modellashtirish, iqtisodiy tahlil, fizik jarayonlar va katta ma'lumotlar texnologiyalarida asosiy ahamiyatga ega.

Shuningdek, maqolada bu murakkab mavzuni o'qitishning didaktik asoslari, bosqichma-bosqich metodlar, vizualizatsiya va muammoli yondashuvlar orqali talabalarda nazariy va amaliy kompetensiyalarni rivojlantirish bo'yicha tavsiyalar berildi.

Olingan ilmiy natijalar matematika va kompyuter fanlari sohasidagi tadqiqotlar uchun zarur nazariy asosni mustahkamlaydi hamda ko'p o'lchamli modellar uchun yangi yo'nalishlar ochadi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Strang, G. Linear Algebra and Learning from Data. MIT Press, 2019.
2. Goodfellow, I., Bengio, Y., Courville, A. Deep Learning. MIT Press, 2016.
3. Anton, H., Rorres, C. Elementary Linear Algebra. Wiley, 2020.
4. Lay, D. Linear Algebra and Its Applications. Pearson, 2018.
5. Press, W. et al. Numerical Recipes. Cambridge University Press, 2007.
6. Bishop, C.M. Pattern Recognition and Machine Learning. Springer, 2006.
7. Kalitkin, N. Chislennye Metody. Moskva, 2013.
8. Tikhonov, A.N. Functional Analysis. Nauka, 1985.
9. Horn, R., Johnson, C. Matrix Analysis. Cambridge University Press, 2013.
10. O'zbekiston Milliy Universiteti. Matematik analiz ma'ruzalar to'plami, 2021.