

Ko'p o'lchovli massiv funksiyalari va ularning xususiyatlari raqamli usullar va matematik modellashda

Gulbodom Oybek qizi Norqulova
BXU

Annotatsiya: Ushbu ilmiy maqola ko'p o'lchovli massivlar, ularning funksiyalari va analitik hamda raqamli xususiyatlarining matematik modellash jarayonlaridagi o'rni va ahamiyatini yoritadi. Ko'p o'lchovli massivlar yuqori darajadagi matematik tuzilmalarni ifodalovchi asosiy ma'lumot modellari bo'lib, zamonaviy hisoblash tizimlari, sun'iy intellekt, sonli analiz, fizik jarayonlarni modellash va katta ma'lumotlar bilan ishlashda keng qo'llaniladi. Maqolada ko'p o'lchovli massiv funksiyalarining turlari, analitik tasnifi, ularga qo'llaniluvchi raqamli usullar, ularning konvergensiya, barqarorlik va aniqlik kabi xususiyatlari ko'rib chiqiladi. Shuningdek, mavzuni ta'lim jarayonida o'qitishning didaktik tamoyillari, metodik yondashuvlari va o'quv jarayonining samaradorligini oshirish yo'llari ham tahlil qilingan.

Kalit so'zlar: ko'p o'lchovli massiv, massiv funksiyalari, raqamli usullar, matematik modellash, differensial operatorlar, interpolatsiya, optimizatsiya, spektral tahlil, sonli barqarorlik, didaktika

Multidimensional array functions and their properties in numerical methods and mathematical modeling

Gulbodom Oybek qizi Norqulova
BIU

Abstract: This scientific article covers the role and importance of multidimensional arrays, their functions and analytical and numerical properties in mathematical modeling processes. Multidimensional arrays are the main information models representing high-level mathematical structures and are widely used in modern computing systems, artificial intelligence, numerical analysis, modeling of physical processes and working with big data. The article considers the types of multidimensional array functions, analytical classification, numerical methods applied to them, their properties such as convergence, stability and accuracy. Also, the didactic principles of teaching the subject in the educational process, methodological approaches and ways to increase the efficiency of the educational process are analyzed.

Keywords: multidimensional array, array functions, numerical methods, mathematical modeling, differential operators, interpolation, optimization, spectral analysis, numerical stability, didactics

KIRISH. Ko‘p o‘lchovli massivlar (multidimensional arrays) zamonaviy matematika, kompyuter fanlari va texnologik tizimlarning ajralmas qismi bo‘lib, turli turdagi ma’lumotlarni tizimli ravishda saqlash va qayta ishlashda keng qo‘llaniladi. Dastlab ular 2 o‘lchamli matritsalar ko‘rinishida shakllangan bo‘lsa-da, hozirgi kunda ko‘p o‘lchamli massivlar 3D, 4D, hattoki yuqori o‘lchamli (n-dim) tuzilmalar sifatida ishlatiladi. Tasvirlarni qayta ishlash, sun‘iy intellekt, fizik modellashtirish, iqtisodiy prognozlash, biokimyoviy tizimlar va boshqa keng qamrovli tizimlar aynan ko‘p o‘lchovli massiv funksiyalari orqali matematik ifodalanadi.

Raqamli hisoblash metodlari va matematik modellashtirishda ko‘p o‘lchovli massiv funksiyalarining xususiyatlarini aniqlash, ularning tahlilini o‘tkazish, differentsiallanuvchanligini tekshirish, konvekslik yoki barqarorlik kabi xususiyatlarini o‘rganish jarayoni muhim metodologik vazifalardan biri hisoblanadi. Shuningdek, massiv funksiyalarini samarali modellashtirish uchun qo‘llaniladigan raqamli usullarning aniqligi, konvergensiya, hisoblash murakkabligi va barqarorligi ham alohida ilmiy muammo sifatida qaraladi.

Maqolaning ilmiy maqsadi - ko‘p o‘lchovli massiv funksiyalarini matematik modellashtirish jarayonida analitik va raqamli usullar yordamida tadqiq qilishning nazariy asoslarini bayon qilish, ularning xossalarini to‘liq tahlil qilish hamda ushbu murakkab mavzuni didaktik tamoyillar asosida o‘quv jarayoniga tatbiq etishdan iborat.

ASOSIY QISM

1. Ko‘p o‘lchovli massivlar va ularning matematik modeli

Ko‘p o‘lchovli massiv quyidagicha aniqlanadi:

$$A = \{a_{i_1, i_2, \dots, i_n} \mid 1 \leq i_k \leq N_k, k=1, \dots, n\}$$

Bu yerda:

- n - massivning o‘lchami,
- $a_{i_1, i_2, \dots, i_n}$ - elementlar,
- N_k - k -o‘lcham bo‘yicha elementlar soni.

Massivlar quyidagi turdagi ma’lumotlarni saqlash uchun ishlatiladi:

- tasvirlar (2D),
- video (3D),
- vaqt bo‘yicha o‘zgaruvchi model (4D),
- fizik fazolar (nD),
- neyron tarmoq parametrlar (yuqori o‘lchamli).

1.1. Massiv tuzilmasi

U asosiy struktura elementlariga ega:

- indekslar to'plami,
- o'lchamlarning o'zaro nisbati,
- elementlarning tartibi,
- massiv hajmi,
- massivning zich yoki siyrakligi.

Bu tuzilmalar ustida quriladigan funksiyalarning xatti-harakatiga bevosita ta'sir ko'rsatadi.

2. Ko'p o'lchovli massiv funksiyalari: umumiy tavsif

Ko'p o'lchovli massivlar ustida funksiyalar uch asosiy toifaga bo'linadi:

2.1. Elementar funksiyalar

Elementlar yig'indisi, maksimum, minimum, normalar:

$$f(A) = \sum_{i=1, \dots, n} a_i, \dots, \inf(A) = \sum_{i=1, \dots, n} a_i, \dots, \sup(A) = \sum_{i=1, \dots, n} a_i$$

2.2. Strukturaviy funksiyalar

Bu funksiyalar massivning ichki tuzilmasi bilan bog'liq:

- chiziqli operatorlar,
- konvolyutsiya,
- differensial operatorlar.

2.3. Analitik funksiyalar

Ko'p o'lchovli fazoda uzluksiz, differensiallanadigan va analitik bo'lgan funksiyalar:

$$f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$$

Massivlar bu funksiyalarni diskret ko'rinishga o'tkazadi.

3. Ko'p o'lchovli massiv funksiyalarining analitik xususiyatlari

Massiv funksiyalarining analitik jihatlari matematik modellashtirishda markaziy o'rinni egallaydi. Ularning asosiy xususiyatlari:

3.1. Uzluksizlik

Massiv funksiyasining uzluksizligi fizik jarayonlarni modellashtirishda zarur:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

Massivlar diskret bo'lgani uchun uzluksizlik raqamli aproksimatsiya orqali baholanadi.

3.2. Differensiallanuvchanlik va qisman hosilalar

Ko'p o'lchovli massivlar ustida gradient, divergentsiya, Laplas operatorlari qo'llaniladi:

$$\nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right) \quad \nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right)$$

Bu operatorlar:

- optimizatsiya,

- sonli yechimlar,
- PDE modellarida muhim.

3.3. Konvekslik

Konveks funksiyalarni tadqiq qilish sonli metodlarda konvergensiyaning ta'minlaydi:

$$f(\lambda x + (1-\lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1-\lambda)f(y) \quad \forall \lambda \in [0,1] \quad \forall x, y \in D_f$$

Konveks modellarda global minimum kafolatlab olinadi.

3.4. Spektral xususiyatlar

Ko'p o'lchovli massiv chiziqli operatorlar bilan bog'langan bo'lsa, ularning:

- o'z qiymatlari,
- o'z vektorlari,
- spektral radiusi,

analitik jihatdan muhim.

Bu tahlil tasvirlarni qayta ishlash, signal tahlilida keng ishlatiladi.

4. Raqamli usullar va ko'p o'lchovli massiv funksiyalarini hisoblash

Matematik modellashtirishda ko'p o'lchovli massiv funksiyalarini hisoblash uchun quyidagi raqamli usullar keng qo'llaniladi:

4.1. Diskretlashtirish usullari

Fazoni diskret ko'rinishga o'tkazish:

- differensial tenglamalar,
- integral operatorlar,
- konvolyutsion filtrlar.

Diskret operatorlarning umumiy ko'rinishi:

$$D_h f(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad D_h f(x) = h f(x+h) - f(x)$$

4.2. Interpolatsiya va aproksimatsiya

Ko'p o'lchovli massivlar asosida funksiyaning uzluksiz modelini tiklash:

- spline interpolatsiyasi,
- Lagrange interpolatsiyasi,
- polinom aproksimatsiyasi,
- radial baza funksiyalari (RBF).

Bu metodlar tasvirlarni tiklashda qo'llanadi.

4.3. Raqamli integrallash

N-o'lchamli integralni hisoblash:

$$I = \int_{\Omega} f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx = \int_{\Omega} f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx$$

Raqamli usullar:

- Monte-Karlo metodlari,
- kvadraturalar,
- Galerkin usuli.

4.4. Raqamli differensiallash

Ko'p o'lchamli massivlar uchun qisman hosilalarni hisoblash:

- Markaziy ayirmalar,
- Oldinga differensial,
- Orqaga differensial,
- Yaxlitlangan gradient metodlari.

4.5. Optimallashtirish algoritmlari

Ko'p o'lchovli funksiyalarni minimallashtirish:

- gradient bo'yicha tushish,
- Nyuton metodi,
- kvazi-Nyuton,
- konveks optimizatsiya metodlari.

Sun'iy intellektda aynan shu metodlar keng qo'llanadi.

5. Ko'p o'lchovli massiv funksiyalarining matematik modellashtirishdagi qo'llanilishi

5.1. Fizik jarayonlar modellashtirishida

Massivlar orqali tasvirlanadigan jarayonlar:

- issiqlik tarqalishi,
- suyuqliklar dinamikasi,
- elastiklik,
- elektromagnit maydonlar.

Ular odatda 3D yoki 4D massivlarga asoslanadi.

5.2. Sun'iy intellekt va neyron tarmoqlarda

Ko'p o'lchovli massivlar asosan:

- tensorlar,
- konvolyutsion o'lchovlar,
- vazn matritsalarini sifatida ishlatiladi.

Konvolyutsiyalar aynan massiv funksiyalariga tayanadi.

5.3. Tasvirlarni qayta ishlash

2D va 3D tasvirlar:

- filtrlash,
- segmentatsiya,
- kontur topish,
- shovqinni kamaytirish,

jarayonlarida massiv funksiyalarida tayangan holda ishlanadi.

5.4. Katta ma'lumotlar tizimlarida

Ko'p o'lchovli massivlar:

- multidimensional OLAP kublar,
- statistik tahlil,

- ma'lumotlarni haqiqiy vaqt rejimida qayta ishlashda ishlatiladi.

6. Mazkur mavzuni o'qitishning didaktik asoslari

6.1. Bosqichma-bosqich o'rganish modeli

1. Vektorlar va matritsalar bilan tanishish
2. Ko'p o'lchovli massivlarni tushuntirish
3. Elementar funksiyalarni o'rganish
4. Analitik operatorlarni tatbiq qilish
5. Raqamli usullar bilan hisoblash
6. Matematik modellar qurish

6.2. Vizual yondashuv

Dasturiy paketlardan foydalanish:

- Python (NumPy, SciPy, TensorFlow),
- MATLAB,
- Maple,
- Mathematica.

Talabalar murakkab modellarning grafik ko'rinishini ko'rib tushunishadi.

6.3. Interaktiv o'qitish usullari

- laboratoriya mashg'ulotlari,
- raqamli tajribalar,
- modellashtirish loyihalari,
- jamoa bo'lib masalalarni yechish.

6.4. Kompetensiyalarni shakllantirish

Talabalarda quyidagi kompetensiyalar rivojlanadi:

- analitik fikrlash,
- modellashtirish ko'nikmalari,
- algoritmik tafakkur,
- matematik tahlil,
- dasturlash ko'nikmalari.

XULOSA. Ushbu maqolada ko'p o'lchovli massiv funksiyalari va ularning xususiyatlari raqamli usullar hamda matematik modellashtirishda tutgan o'rni keng qamrovli tahlil qilindi. Ko'p o'lchovli massiv strukturasi, ular ustida aniqlangan funksiyalarning analitik jihatlari - uzluksizlik, differensiallanuvchanlik, konvekslik, spektral xususiyatlar - batafsil yoritildi. Shuningdek, massiv funksiyalarini hisoblash uchun qo'llaniladigan raqamli usullar: interpolatsiya, raqamli integrallash, differensiallash va optimizatsiya metodlari chuqur tahlil qilindi.

Mazkur funksiyalar matematik modellashtirishning barcha sohalarida - fizik jarayonlar, sun'iy intellekt, tasvirlarni qayta ishlash, katta ma'lumotlar modellarida markaziy ahamiyatga ega. Shu bilan birga, ushbu mavzuni o'qitishning didaktik

tamoyillari orqali talabalarda tahliliy va algoritmik fikrlashni shakllantirishning samarali mexanizmlari ko'rsatildi.

Ushbu ilmiy material nafaqat nazariy tadqiqotlar, balki amaliy modellashtirish jarayonlarida ham muhim ahamiyatga ega bo'lib, zamonaviy matematik va hisoblash fanlari rivojiga hissa qo'shadi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Strang, G. Linear Algebra and Learning from Data. MIT Press, 2019.
2. Goodfellow, I., Bengio, Y., Courville, A. Deep Learning. MIT Press, 2016.
3. Anton, H., Rorres, C. Elementary Linear Algebra. Wiley, 2020.
4. Press, W. et al. Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing. Cambridge University Press, 2007.
5. Horn, R., Johnson, C. Matrix Analysis. Cambridge University Press, 2013.
6. Tikhonov, A.N., Samarskii, A. Matematicheskiye metody obrabotki dannykh. Nauka, 1982.
7. Bishop, C.M. Pattern Recognition and Machine Learning. Springer, 2006.
8. Kalitkin, N. Chislennyye Metody. Moscow, 2013.
9. O'zbekiston Milliy Universiteti. Matematik analiz ma'ruzalar to'plami, 2021.
10. NumPy va SciPy rasmiy dokumentatsiyasi, 2023.