

Ko'p o'lchovli massiv funksiyalarining xususiyatlari va ularning algoritmlar va amaliy modellar yaratishda roli

Gulbodom Oybek qizi Norqulova
BXU

Annotatsiya: Maqolada ko'p o'lchovli massiv funksiyalarining nazariy asoslari, ularning matematik va analitik xususiyatlari, funksiyalarning algoritmik jarayonlar hamda amaliy modellar yaratishdagi o'rni keng yoritilgan. Ko'p o'lchovli massivlar (multidimensional arrays) hisoblash tizimlarida ma'lumotlarni ifodalashning eng qulay, strukturaviy barqaror shakli sifatida turli algoritmlar, xususan raqamli analiz, kompyuter grafika, sun'iy intellekt, optimizatsiya va matematik modellashtirishning asosiy elementi hisoblanadi. Maqolada ko'p o'lchovli massiv funksiyalarining uzluksizlik, differentsiallanuvchanlik, konvekslik, chiziqlilik, spektral xususiyatlar kabi analitik jihatlari o'rganilib, algoritmlar samaradorligiga ta'siri izohlangan. Didaktik qismda bu murakkab mavzuni o'qitish metodlari, bosqichli ta'lim modeli va interaktiv yondashuvlar tahlil qilingan.

Kalit so'zlar: ko'p o'lchovli massiv, massiv funksiyalari, algoritmlar, matematik modellashtirish, raqamli usullar, gradient, spektral tahlil, normativ xususiyatlar, didaktika

Properties of multidimensional array functions and their role in creating algorithms and practical models

Gulbodom Oybek qizi Norqulova
BIU

Abstract: The article extensively covers the theoretical foundations of multidimensional array functions, their mathematical and analytical properties, the role of functions in algorithmic processes and creating practical models. Multidimensional arrays, as the most convenient, structurally stable form of representing data in computing systems, are the main element of various algorithms, in particular numerical analysis, computer graphics, artificial intelligence, optimization and mathematical modeling. The article studies analytical aspects of multidimensional array functions, such as continuity, differentiability, convexity, linearity, spectral properties, and explains their impact on the efficiency of algorithms. The didactic part analyzes teaching methods, a step-by-step learning model and interactive approaches to this complex topic.

Keywords: multidimensional array, array functions, algorithms, mathematical modeling, numerical methods, gradient, spectral analysis, normative properties, didactics

KIRISH. Ko‘p o‘lchovli massivlar va ular ustida ta’riflangan funksiyalar zamonaviy hisoblash tizimlarining nazariy va amaliy asosini tashkil etadi. Axborot texnologiyalari, matematik modellashtirish, muhandislik, sun’iy intellekt, kompyuter grafikasi, iqtisodiy modellashtirish, biotibbiy hisoblash kabi sohalarida jarayon yoki ma’lumotlar nihoyatda murakkab tuzilmaga ega bo‘lib, ular bir necha o‘lchamli massivlar orqali matematik jihatdan ifodalanadi.

Ko‘p o‘lchovli massiv funksiyalarini o‘rganish quyidagi asosiy ilmiy savollarga javob beradi:

- Massivdagi elementlar orasidagi matematik bog‘liqlik qanday model qilinadi?
- Funksiyaning analitik xususiyatlari algoritmnining aniqligi va barqarorligiga qanday ta’sir qiladi?
- Massiv asosida qurilgan modellar qanday qilib murakkab real jarayonlarni aks ettiradi?
- Qaysi funksional xususiyatlar hisoblash samaradorligini oshiradi yoki kamaytiradi?

Mazkur mavzuning o‘rganilishi nafaqat nazariy jihatdan, balki amaliy jarayonlar uchun ham katta ahamiyat kasb etadi, chunki bugungi kunda ishlatiladigan dasturiy tizimlarning deyarli barchasi ko‘p o‘lchamli ma’lumotlar bilan ishlaydi.

Maqolaning maqsadi — ko‘p o‘lchovli massiv funksiyalarining xususiyatlarini chuqur tahlil qilish, ularning algoritmlar va amaliy modellar yaratishdagi rolini yoritish, shuningdek, bu murakkab mavzuni o‘qitishning didaktik yo‘llarini ilmiy asoslashdan iborat.

ASOSIY QISM

1. Ko‘p o‘lchovli massivlar: matematik model va tuzilish

Ko‘p o‘lchovli massiv quyidagicha aniqlanadi:

$$A = \{a_{i_1, i_2, \dots, i_n} \mid 1 \leq i_k \leq N_k, k=1, \dots, n\}$$

Bu yerda:

- n - o‘lchamlar soni,
- $a_{i_1, i_2, \dots, i_n}$ - massiv elementlari,
- N_k - k -o‘lcham bo‘yicha uzunlik.

Ko‘p o‘lchamli massivlar:

- tasvirlar (2D),
- video ma’lumotlar (3D),
- vaqt bo‘yicha o‘zgaruvchi modellar (4D),

- neyron tarmoqlaridagi parametrlar (nD),
 - fizik maydonlar: bosim, harorat, zichlik (3D va 4D)
- ko‘rinishida uchraydi.

1.1. Strukturaviy xususiyatlar

Massiv quyidagi strukturaviy parametrlar bilan tavsiflanadi:

- indeksiya tizimi;
- rang (tartib) - massivning o‘lchamlar soni;
- zichlik yoki siyraklik darajasi;
- massiv elementlarining topologik tartibi;
- elementlarning matematik bog‘liqligi.

Ushbu strukturaviy xususiyatlar massiv funksiyalarini tahlil qilishda hal qiluvchi rol o‘ynaydi.

2. Ko‘p o‘lchovli massiv funksiyalari va ularning tasnifi

Ko‘p o‘lchovli massivlar ustida aniqlangan funksiyalar quyidagi kategoriyalarga bo‘linadi:

2.1. Chiziqli funksiyalar

$$f(A)=c \cdot A \quad f(A)=c \cdot \text{dot} \quad A \quad f(A)=c \cdot A$$

yoki

$$f(A)=\sum a_i, \dots, \inf(A)=\sum a_{\{i_1, \dots, i_n\}} \quad f(A)=\sum a_i, \dots, \inf$$

Bunday funksiyalar algoritmlarda juda samarali ishlaydi.

2.2. Chiziqsiz funksiyalar

Masalan:

- konvolyutsiya funksiyasi;
- aktivatsiya funksiyalari (ReLU, sigmoid, tanh);
- normativ funksiyalar;
- logarifmik funksiyalar.

2.3. Strukturaviy funksiyalar

Bular massivning ichki konfiguratsiyasiga bog‘liq funksiyalar:

- maksimum/minimum;
- tartiblash funksiyalari;
- filtrlar;
- o‘zaro bog‘lanish funksiyalari.

2.4. Analitik funksiyalar

Ko‘p o‘lchamli fazo ustida aniqlangan silliq funksiyalar:

$$f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R} \quad f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$$

Massivlar ularning hisoblash jarayonini diskretlashtiradi.

3. Ko‘p o‘lchovli massiv funksiyalarining analitik xususiyatlari

3.1. Uzluksizlik

Ko‘p o‘lchamli funksiyaning uzluksizligi aniqlanishi:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

Agar massiv diskret bo'lsa, uzluksizlik aproksimatsiya orqali tahlil qilinadi.

3.2. Differensiallanuvchanlik

Massiv ustida gradient hisoblash:

$$\nabla f = (\frac{\partial f}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n}) \quad \nabla f = (\frac{\partial f}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n})$$

Differensiallanuvchanlik quyidagilar uchun zarur:

- optimizatsiya algoritmlari;
- sun'iy intellekt;
- PDE modellar;
- fizik simulyatsiyalar.

3.3. Konvekslik

Konveks funksiyalar algoritmlarda barqarorlikni oshiradi:

$$f(\lambda x + (1-\lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1-\lambda)f(y) \quad f(\lambda x + (1-\lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1-\lambda)f(y)$$

Konveks modellar global optimal yechimni kafolatlaydi.

3.4. Spektral xususiyatlar

Spektral tahlil massiv funksiyalarida asosiy o'rin tutadi:

- o'z qiymatlar,
- o'z vektorlar,
- spektral radius.

Tasvirlarni filtrlash - spektral funksiyalarga asoslanadi.

3.5. Normativ xususiyatlar

Ko'p o'lchovli normaning umumiy ko'rinishi:

$$\|A\|_p = (\sum_{i=1}^n |a_i|^p)^{1/p} \quad \|A\|_p = (\sum_{i=1}^n |a_i|^p)^{1/p}$$

Bu xususiyat tasvirlarni normalizatsiya qilishda muhim.

4. Ko'p o'lchovli massiv funksiyalari algoritmlarda

4.1. Optimallashtirish algoritmlari

Gradientli algoritmlarda massiv funksiyalarini aniqlik bilan hisoblash muhim:

- gradient descent;
- stochastic gradient descent;
- Nyuton usuli;
- konveks optimizatsiya metodlari.

4.2. Filtrlash va konvolyutsiya algoritmlari

3x3, 5x5 filtrlar massiv funksiyalari orqali aniqlanadi:

$$f(i,j) = \sum_{k,l} A(i+k,j+l) \cdot W(k,l) \quad f(i,j) = \sum_{k,l} A(i+k,j+l) \cdot W(k,l)$$

Ular tasvirni silliqlash, kontrastni oshirish, xatolikni kamaytirishda yordam beradi.

4.3. Ma'lumotlarni siqish algoritmlari

Ko'p o'lchamli massiv funksiyalari asosida:

- DCT (diskret kosinus transformatsiya),
 - Fourier transformatsiyasi,
 - Wavelet transformatsiya
- algoritmlari quriladi.

4.4. Neyron tarmoqlar

Tensorlar - ko'p o'lchovli massivlarning umumlashtirilgan ko'rinishi:

- konvolyutsion qatlamlar,
- to'liq bog'langan qatlamlar,
- normalizatsiya qatlamlari,
- yo'qotish funksiyalari,

barchasi massiv funksiyalariga asoslanadi.

5. Amaliy modellar yaratishda massiv funksiyalarining o'rni

5.1. Fizik modellar

Issiqlik tarqalishi:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \Delta u \quad \frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \Delta u$$

Bu PDE modellar 3D massivlar orqali raqamli hisoblanadi.

5.2. Meteorologik modellar

Havo zichligi, bosim, namlik 4D massivlar orqali ifodalanadi.

5.3. Biotibbiy modellar

MRI va CT tasvirlar 3D massivlar bo'lib:

- segmentatsiya,
- klassterlash,
- tasvirlarni tiklash

massiv funksiyalariga tayanadi.

5.4. Iqtisodiy modellar

Ko'p omilli regressiya modellari ko'p o'lchamli fazoni matematik tushunishni talab qiladi.

6. Didaktik yondashuvlar

Mazkur murakkab mavzuni o'qitishda quyidagi tamoyillar muhim:

6.1. Bosqichli yondashuv

1. Vektor va matritsalar
2. Ko'p o'lchovli massivlar
3. Elementar funksiyalar
4. Analitik operatorlar
5. Algoritmlar

6. Amaliy modellashtirish

6.2. Vizualizatsiya vositalari

- MATLAB
- NumPy/SciPy
- TensorFlow
- Mathematica

6.3. Muammoli ta'lim

Talabalar mustaqil algoritmlar yaratish orqali mavzuni chuqur o'zlashtiradilar.

6.4. Kompetensiyalarni shakllantirish

Talabalarda quyidagi ko'nikmalar rivojlanadi:

- matematik tahlil,
- algoritmik fikrlash,
- modellashtirish,
- dasturlash,
- analitik yondashuv.

XULOSA. Maqolada ko'p o'lchovli massiv funksiyalarining xususiyatlari, ularning analitik va matematik tavsifi, algoritmlar hamda amaliy modellar yaratishdagi roli keng tahlil qilindi. Massiv funksiyalarining uzluksizlik, differensiallanuvchanlik, konvekslik va spektral xususiyatlari turli algoritmlarning samaradorligiga bevosita ta'sir ko'rsatishi ilmiy asos bilan izohlandi. Raqamli usullar, sun'iy intellekt, tasvirlarni qayta ishlash va fizik modellashtirishda massiv funksiyalarining ahamiyati misollar orqali ko'rsatildi.

Didaktik yondashuvlar orqali mazkur murakkab mavzuni o'qitishning samarali metodlari ishlab chiqildi va talabalarning matematik hamda algoritmik kompetensiyalarini rivojlantirish mexanizmlari yoritildi.

Ko'p o'lchovli massiv funksiyalarining o'rganilishi zamonaviy matematika, kompyuter fanlari va ilmiy modellashtirishning poydevori bo'lib, bu boradagi izlanishlar yangi ilmiy natijalar uchun mustahkam zamin yaratadi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Strang, G. Linear Algebra and Learning from Data. MIT Press, 2019.
2. Goodfellow, I., Bengio, Y., Courville, A. Deep Learning. MIT Press, 2016.
3. Anton, H. Elementary Linear Algebra. Wiley, 2020.
4. Horn, R., Johnson, C. Matrix Analysis. Cambridge University Press, 2013.
5. Press, W. et al. Numerical Recipes. Cambridge University Press, 2007.
6. Tikhonov, A.N., Samarskiy, A. Matematicheskiye metody. Nauka, 1985.
7. Bishop, C. Pattern Recognition and Machine Learning. Springer, 2006.
8. Kalitkin, N. Chislennyye Metody. Fizmatlit, 2013.
9. O'zbekiston Milliy Universiteti — Sonli analiz ma'ruzalar to'plami, 2022.