

Ko'p o'lchovli massivlarning funksional bog'liqliklarini tahlil qilish va ularning tuzilish hamda raqamli xususiyatlari

Gulbodom Oybek qizi Norqulova
BXU

Annotatsiya: Ushbu maqolada ko'p o'lchovli massivlarning funksional bog'liqliklari, ularning strukturaviy va raqamli xususiyatlarini o'rganishga doir nazariy va metodologik yondashuvlar ilmiy tahlil qilinadi. Ko'p o'lchovli massivlar zamonaviy kompyuter grafikasi, raqamli signal va tasvirlarni qayta ishlash, sun'iy intellekt, ilmiy hisoblashlar, fizik modellashtirish va statistik tahlil kabi sohalarda asosiy matematik obyekt sifatida qo'llanadi. Ular o'rtasidagi funksional bog'liqliklar algoritmik jarayonlarning aniqligi, barqarorligi va samaradorligini belgilovchi muhim omildir. Maqolada massiv funksiyalarining analitik, struktura va spektral xususiyatlari, ularni tahlil qilish usullari, shuningdek, o'qitishda qo'llaniladigan didaktik metodlar yoritilgan.

Kalit so'zlar: ko'p o'lchovli massivlar, funksional bog'liqlik, raqamli xususiyatlar, spektral tahlil, interpolatsiya, diskret modellar, algoritmlar, didaktika

Analysis of functional dependencies of multidimensional arrays and their structural and numerical properties

Gulbodom Oybek qizi Norqulova
BIU

Abstract: This article scientifically analyzes the functional dependencies of multidimensional arrays, their structural and numerical properties. Multidimensional arrays are used as the main mathematical objects in such areas as modern computer graphics, digital signal and image processing, artificial intelligence, scientific computing, physical modeling and statistical analysis. Functional dependencies between them are an important factor determining the accuracy, stability and efficiency of algorithmic processes. The article covers the analytical, structural and spectral properties of array functions, methods of their analysis, as well as didactic methods used in teaching.

Keywords: multidimensional arrays, functional dependencies, numerical properties, spectral analysis, interpolation, discrete models, algorithms, didactics

KIRISH. Bugungi kunda axborot texnologiyalari jadal rivojlanib borar ekan, katta hajmdagi ko'p o'lchamli ma'lumotlar bilan ishlash ehtiyoji tobora kuchayib bormoqda. Bunday ma'lumotlarni matematik modellashirish va ularning tahlili ko'p o'lchovli massivlar orqali amalga oshiriladi. Ko'p o'lchovli massivlar - bu bir nechta koordinatalar bo'yicha indekslanadigan ma'lumotlar to'plami bo'lib, ular tasvirlar, videolar, fizik jarayonlarning uch o'lchovli modellar, neyron tarmoqlaridagi tensorlar, meteorologik ma'lumotlar, iqtisodiy jarayonlar kabi ko'plab sohalarda keng qo'llanadi.

Ko'p o'lchamli massivlar ustida o'rnatiladigan funksiyalar faqat elementar hisoblashlarni emas, balki murakkab funksional bog'liqliklarni, strukturaviy o'zgarishlarni, chiziqli hamda chiziqsiz transformatsiyalarni ifodalaydi. Ularni o'rganish, tahlil qilish va algoritmlarga integratsiya qilish zamonaviy ilmiy tadqiqotlarning muhim yo'nalishiga aylangan.

Shu kontekstdan kelib chiqib, maqolaning asosiy maqsadi quyidagilardan iborat:

1. Ko'p o'lchovli massivlarning funksional bog'liqliklarini matematik asosda tahlil qilish.
2. Massivlarning tuzilish xususiyatlarini aniqlash va ularni tasniflash.
3. Raqamli va spektral xususiyatlarni o'rganish.
4. O'qitishda qo'llaniladigan didaktik metodlarni asoslash.
5. Amaliy modellar va algoritmlarda massiv funksiyalaridan foydalanish mumkinliklarini ko'rsatish.

Mazkur maqola ko'p o'lchovli massivlarni matematik tahlil nuqtai nazaridan chuqur o'rganishga, shuningdek, ushbu murakkab mavzuni talabalarga samarali yetkazish metodlarini ishlab chiqishga qaratilgan.

ASOSIY QISM

1. Ko'p o'lchovli massivlarning matematik modeli

Ko'p o'lchovli massiv quyidagicha ta'riflanadi:

$A = (a_{i_1, i_2, \dots, i_n})$ bunda $1 \leq i_k \leq N_k, k=1, \dots, n$ $A = (a_{i_1, i_2, \dots, i_n})$ bunda $1 \leq i_k \leq N_k, k=1, \dots, n$

Bu yerda:

- n - massivning o'lchamlar soni;
- $a_{i_1, \dots, i_n}$ - massiv elementlari;
- N_k - har bir o'lchamdagi uzunlik.

Ko'p o'lchovli massivlar o'zining tartibi (rank), zichligi, indekslash tizimi, joylashuv strukturasi, chegaraviy shartlari kabi ko'rsatkichlari bilan tasvirlanadi.

1.1. Strukturaviy xususiyatlar

Ko'p o'lchamli massivning asosiy strukturaviy belgilari:

- Zich va siyrak massivlar (Sparse vs Dense).

- Tartib (1D vektor, 2D matritsa, 3D kub, ND fazo).
- Joylashuv topologiyasi (row-major, column-major).
- Indekslararo bog‘liqlik (chegaraviy shartlar, periodiklik).

Bu struktura massivda belgilangan funksiyalarni tahlil qilishga bevosita ta’sir qiladi.

2. Funksional bog‘liqlik tushunchasi

Ko‘p o‘lchovli massivlarda funksional bog‘liqliklar ikki turga bo‘linadi:

2.1. Elementlararo bog‘liqlik

Bir elementning qiymati qo‘shni elementlarga bog‘liq bo‘lgan holatlar:

$$a_{i,j} = a_{i-1,j} + a_{i+1,j} + a_{i,j-1} + a_{i,j+1} \quad a_{i,j} = \frac{a_{i-1,j} + a_{i+1,j} + a_{i,j-1} + a_{i,j+1}}{4} \quad a_{i,j} = 4a_{i-1,j} + a_{i+1,j} + a_{i,j-1} + a_{i,j+1}$$

Bu turdagi bog‘liqliklar fizik modellar (issiqlik tenglamasi), tasvir silliqlash, filtrlar va graflarda keng uchraydi.

2.2. Global funksional bog‘liqliklar

Bunda funksiyaning qiymati butun massivning strukturasiga bog‘liq bo‘ladi:

- determinant,
- spektral radius,
- normativ ifodalar,
- konvolyutsiya,
- statistik ko‘rsatkichlar.

3. Analitik xususiyatlar

Ko‘p o‘lchovli massivlarda belgilangan funksiyalar quyidagi matematik xususiyatlar bilan farqlanadi:

3.1. Uzlüksizlik

Diskret obyekt bo‘lishiga qaramay, massivlar uzluksiz funksiyalarning yaqinlashtirilgan modeli sifatida qaraladi.

Uzlüksizlik ko‘pincha interpolatsiya orqali ta’riflanadi:

$$f(x,y) \approx a_{i,j} + (x-i)(a_{i+1,j} - a_{i,j}) + \dots \quad f(x,y) \approx a_{i,j} + (x-i)(a_{i+1,j} - a_{i,j}) + \dots$$

3.2. Differensiallanuvchanlik

Massivlar ustida gradient, divergentsiya va Laplas operatorlari quyidagicha aniqlanadi:

$$\nabla A(i,j) = (A(i+1,j) - A(i,j), A(i,j+1) - A(i,j)) \quad \nabla A(i,j) = (A(i+1,j) - A(i,j), A(i,j+1) - A(i,j))$$

$$\Delta A(i,j) = A(i+1,j) + A(i-1,j) + A(i,j+1) + A(i,j-1) - 4A(i,j) \quad \Delta A(i,j) = A(i+1,j) + A(i-1,j) + A(i,j+1) + A(i,j-1) - 4A(i,j)$$

3.3. Konvekslik

Konveks funksiyalar quyidagicha aniqlanadi:

$$f(\lambda A + (1-\lambda)B) \leq \lambda f(A) + (1-\lambda)f(B) \quad f(\lambda A + (1-\lambda)B) \leq \lambda f(A) + (1-\lambda)f(B)$$

Bu xususiyat optimallashtirish algoritmlarida juda muhimdir.

3.4. Spektral xususiyatlar

Ko'p o'lchovli massivlarda spektral tahlil:

- Fourier transformatsiyasi,
- DCT (diskret kosinus transformatsiya),
- Eigen-spektrlar

orqali amalga oshiriladi.

3.5. Normativ xususiyatlar

$$\|A\|_p = \left(\sum_{i=1}^n |a_{i1}|^p + \dots + |a_{in}|^p \right)^{1/p} \quad \|A\|_p = \left(\sum_{i=1}^n |a_{i1}|^p + \dots + |a_{in}|^p \right)^{1/p}$$

Bu xususiyatlar raqamli algoritmlarning barqarorligi uchun zarur.

4. Raqamli xususiyatlar va tahlil usullari

4.1. Diskret differensial operatorlar

Ko'p o'lchovli massivlarda differensial operatorlarni diskret shaklda qo'llash fizika va texnikada keng tarqalgan.

4.2. Interpolatsiya metodlari

- Bilinear interpolatsiya
- Trilinear interpolatsiya
- Splaynlar
- Chebyshev aproksimatsiyasi

4.3. Filtrlash va konvolyutsiya

Konvolyutsiya:

$$(A * K)(i,j) = \sum_{m,n} A(i-m, j-n) K(m,n) \quad (A * K)(i,j) = \sum_{m,n} A(i-m, j-n) K(m,n)$$

Bu tasvirlarni qayta ishlashda asosiy operatsiyadir.

4.4. Statistik tahlil

Ko'p o'lchovli massivlarda statistik ko'rsatkichlar:

- Matematik kutilma
- Dispersiya
- Kovariatsiya
- Korelyatsiya matriksi

5. Amaliy qo'llanilishlar

5.1. Sun'iy intellekt va mashinaviy o'qitish

Tensorlar neyron tarmoqlarning asosiy obyektidir. CNN, Transformer arxitekturalari ko'p o'lchovli massiv funksiyalariga tayanadi.

5.2. Fizik modellashtirish

Issiqlik tenglamalari, elastiklik nazariyasi, suyuqlik mexanikasi massivlarga asoslangan.

5.3. Tasvirlarni qayta ishlash

3D va 4D massivlar yordamida:

- tasvir segmentatsiyasi,
- tibbiy tomografiya,
- 3D grafik modellar yaratiladi.

5.4. Iqtisodiy va statistik modellar

Ko'p parametrlı ma'lumotlar massivlar orqali tahlil qilinadi.

6. Didaktik yondashuvlar

6.1. Bosqichli o'qitish

Murakkab mavzularni osonlashtirish uchun quyidagi bosqichlardan foydalaniladi:

1. Vektor va matritsalar tushunchasi
2. Ko'p o'lchamli massivlar bilan tanishish
3. Elementar funksiyalarni qo'llash
4. Strukturaviy bog'liqliklarni o'rganish
5. Spektral tahlil
6. Raqamli xususiyatlar
7. Amaliy misollar

6.2. Vizual va interfaol metodlar

- Matlab, Python (NumPy), GeoGebra
- 3D modellashtirish vositalari
- TensorFlow vizualizatsiyasi

6.3. Muammoli ta'lim

Talabalar uchun mustaqil izlanishlar:

- ko'p o'lchovli interpolatsiya dasturi yaratish
- tasvir filtrini qurish
- spektral tahlil qilish

6.4. Amaliy loyihalarga asoslangan ta'lim

Talabalarning:

- dasturlash,
- tahlil qilish,
- modellashtirish

ko'nikmalarini rivojlantirishga qaratiladi.

XULOSA. Maqolada ko'p o'lchovli massivlarning funksional bog'liqliklari, struktura va raqamli xususiyatlari ilmiy asosda tahlil qilindi. Ko'p o'lchamli massivlar zamonaviy ilm-fan va texnologiyada asosiy matematik obyekt sifatida turli sohalarda keng qo'llanilayotgani, ularning funksional bog'liqliklarini chuqur o'rganish samarali

algoritmlar yaratish uchun poydevor bo'lib xizmat qilishi ta'kidlandi. Analitik, spektral, statistik va raqamli xususiyatlarning har biri alohida ahamiyat kasb etadi va ular amaliy modellar uchun mustahkam nazariy asos yaratadi.

Didaktik yondashuvlar orqali ushbu murakkab mavzuni talabalarga oson va chuqur o'rgatish imkoniyatlari ko'rsatib berildi. Mavzuning nazariy va amaliy jihatlari uyg'un holda o'rganilganda, ko'p o'lchovli ma'lumotlar tahlili, sun'iy intellekt, tasvirlarni qayta ishlash, fizik modellashtirish kabi sohalarda yuqori samaradorlikka erishish mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Strang G. Linear Algebra and Learning from Data. MIT Press, 2019.
2. Goodfellow I., Bengio Y., Courville A. Deep Learning. MIT Press, 2016.
3. Horn R., Johnson C. Matrix Analysis. Cambridge University Press, 2013.
4. Press W. et al. Numerical Recipes. Cambridge University Press, 2007.
5. Tikhonov A.N., Samarskiy A. Matematik modellashtirish asoslari. Moskva, 1985.
6. Kalitkin N. Chislennye Metody. Fizmatlit, 2013.
7. Bishop C. Pattern Recognition and Machine Learning. Springer, 2006.
8. Golub G., Van Loan C. Matrix Computations. Johns Hopkins University Press, 2012.
9. O'zbekiston Milliy universiteti — Raqamli metodlar ma'ruzalar to'plami, 2022.
10. NumPy, TensorFlow va PyTorch rasmiy hujjatlari, 2023.