

Ko'p o'lchovli massivlar va ularning funksiyalarini zamonaviy metodlar yordamida tadqiq qilish

Gulbodom Oybek qizi Norqulova
BXU

Annotatsiya: Mazkur maqolada ko'p o'lchovli massivlar va ularda belgilangan funksiyalarni zamonaviy matematik, analitik, statistika va algoritmik metodlar yordamida tadqiq etishning nazariy va amaliy asoslari yoritiladi. Ko'p o'lchovli massivlar sonli modellashtirish, sun'iy intellekt, tasvirlarni qayta ishlash, fizik jarayonlarni kompyuterda model qilish, katta hajmdagi ma'lumotlar tahlili kabi yo'nalishlarda asosiy matematik obyekt hisoblanadi. Maqolada ko'p o'lchovli massivlar ustida qo'llaniladigan zamonaviy tahlil metodlari - spektral tahlil, raqamli differensial operatorlar, interpolatsiya, optimallashtirish, gradient usullari, konvolyutsiya, tensorli hisoblashlar va mashinaviy o'qitishdagi algoritmlar keng o'rganiladi.

Kalit so'zlar: ko'p o'lchovli massiv, zamonaviy tahlil metodlari, algoritmlar, tensorlar, spektral tahlil, interpolatsiya, tasvirlarni qayta ishlash, didaktika

Research on multidimensional arrays and their functions using modern methods

Gulbodom Oybek qizi Norqulova
BIU

Abstract: This article covers the theoretical and practical foundations of research on multidimensional arrays and the functions defined in them using modern mathematical, analytical, statistical and algorithmic methods. Multidimensional arrays are the main mathematical object in such areas as numerical modeling, artificial intelligence, image processing, computer modeling of physical processes, and large-scale data analysis. In addition, pedagogical approaches such as didactic methods of teaching this topic in higher education, step-by-step organization of the learning process, use of interactive methods, teaching based on practical projects are also presented.

Keywords: multidimensional array, modern analysis methods, algorithms, tensors, spectral analysis, interpolation, image processing, didactics

KIRISH. XXI asrda ilm-fan va texnikaning jadal rivojlanishi ko'p o'lchovli ma'lumotlarning keskin ko'payishiga olib keldi. Tasvir va videolar, tibbiy tomografiya ma'lumotlari, sun'iy yo'ldoshdan olingan ko'p kanal ma'lumotlar, iqtisodiy indikatorlarning ko'p parametrliligi matritsalarini, sun'iy intellektda ishlatiladigan tensorlar - bularning barchasi ko'p o'lchovli massivlar shaklida ifodalanadi. Shuning uchun ko'p o'lchovli massivlar ustida turli matematik funksiyalarni qurish va ularni zamonaviy metodlar yordamida tahlil qilish bugungi kunda eng dolzarb ilmiy muammolardan biridir.

Ko'p o'lchovli massivlar bir nechta o'zgaruvchi funksiyalarining diskret ifodasi sifatida qaraladi. Ularning strukturasini, funksional bog'liqliklarini va zamonaviy hisoblash metodlarini o'rganish quyidagi sohalarda hal qiluvchi ahamiyatga ega:

- sun'iy intellekt va mashinaviy o'qitish;
- raqamli signal va tasvirlarni qayta ishlash;
- ilmiy va muhandislik hisoblashlar;
- raqamli geometriya va grafik modellar;
- simulyatsiya va fizik modellashtirish;
- katta hajmdagi ma'lumotlar tahlili (Big Data).

Zamonaviy metodlar - bu faqat matematik formulalar emas, balki kompyuter algoritmlari, optimallashtirish usullari, statistik model va neyron tarmoqlarni o'z ichiga olgan murakkab tizimlardir.

Ushbu maqolaning maqsadi - ko'p o'lchovli massivlar va ularda belgilangan funksiyalarni zamonaviy metodlar yordamida chuqur ilmiy tahlil qilish, ularning struktura, matematik va raqamli xususiyatlarini ochib berish, shuningdek, mavzuni o'qitishning didaktik tamoyillarini asoslashdan iborat.

ASOSIY QISM

1. Ko'p o'lchovli massivlarning matematik asoslari

Ko'p o'lchovli massiv quyidagi ko'rinishda beriladi:

$$A = (a_{i_1, i_2, \dots, i_n}), 1 \leq i_k \leq N_k, \quad \text{quadr } 1 \leq i_k \leq N_k$$

$$N_k A = (a_{i_1, i_2, \dots, i_n}), 1 \leq i_k \leq N_k$$

Ular:

- vektor (1D),
- matritsa (2D),
- kubik massiv (3D),
- tensor (ND)

ko'rinishida bo'ladi.

1.1. Struktura xususiyatlari

Ko'p o'lchovli massivlarni quyidagilar tavsiflaydi:

1. Zichlik - elementlarning musbat (nol bo'lmagan) darajasi.
2. Tartib (rank) - o'lchamlar soni.

3. Topologiya - massiv elementlarining fazodagi joylashuvi.
4. Indeksalararo bog'liqlik - qo'shnichilik munosabatlari.
5. Massiv o'lchamlari va ularning o'zgarishi (resampling).

Har bir strukturaviy xususiyat massiv funksiyalarini tahlil qilishga bevosita ta'sir ko'rsatadi.

2. Zamonaviy tahlil metodlariga umumiy qarash

Quyidagi metodlar ko'p o'lchovli massivlar bilan ishlashda eng samarali hisoblanadi:

1. Spektral tahlil (Fourier, DCT, Wavelet).
2. Interpolatsiya va aproksimatsiya metodlari.
3. Gradient va differensial operatorlar.
4. Konvolyutsiya va filtrlar.
5. Tensorli hisoblashlar.
6. Raqamli optimallashtirish algoritmlari.
7. Statistik modellar.
8. Neyron tarmoqlar va deep learning metodlari.

Quyida ularning har biri keng tahlil qilinadi.

3. Spektral tahlil metodlari

Spektral tahlil ko'p o'lchovli ma'lumotlarni chastotalar bo'yicha ajratish imkonini beradi.

3.1. Ko'p o'lchovli Fourier transformatsiyasi

$$F(u_1, \dots, u_n) = \sum_{i_1=0}^{N_1-1} \dots \sum_{i_n=0}^{N_n-1} A(i_1, \dots, i_n) e^{-2\pi i (i_1 u_1 / N_1 + \dots + i_n u_n / N_n)} \\ A(i_1, \dots, i_n) e^{-2\pi i (i_1 u_1 / N_1 + \dots + i_n u_n / N_n)} F(u_1, \dots, u_n) = \sum_{i_1=0}^{N_1-1} \dots \sum_{i_n=0}^{N_n-1} A(i_1, \dots, i_n) e^{-2\pi i (i_1 u_1 / N_1 + \dots + i_n u_n / N_n)}$$

U tasvirlarni qayta ishlashda, fizik modellashtirishda qo'llanadi.

3.2. DCT va Wavelet transformatsiyasi

- JPEG, MPEG kabi standartlarda qo'llanadi.
- Mahalliy xususiyatlarni ajrata oladi.

4. Interpolatsiya va aproksimatsiya

Ko'p o'lchovli massivlar ustida interpolatsiya:

- Bilinear
- Bicubic
- Trilinear
- N-o'lchovli splaynlar

Turli aniqlik darajasiga ega.

5. Raqamli differensial operatorlar

Ko'p o'lchovli differensial operatorlar quyidagicha ta'riflanadi:

Gradient:

$$\nabla A(i,j,k) = (A_x, A_y, A_z)$$

$$A(i,j,k) = \big(A_{\{x\}}, A_{\{y\}}, A_{\{z\}}\big) \nabla A(i,j,k) = (A_x, A_y, A_z)$$

Laplas operatori:

$$\Delta A(i,j) = A(i+1,j) + A(i-1,j) + A(i,j+1) + A(i,j-1) - 4A(i,j) \quad \Delta A(i,j) = A(i+1,j) + A(i-1,j) + A(i,j+1) + A(i,j-1) - 4A(i,j)$$

Bu operatorlar:

- tasvirlar silliqlash,
- chekka ajratish,
- fizik tenglamalar yechishda qo'llanadi.

6. Konvolyutsiya va filtrlar

Konvolyutsiya - tasvir va signalni qayta ishlashning asosiy operatsiyasi:

$$(A * K)(i,j) = \sum_m \sum_n A(i-m, j-n) K(m,n) \quad (A * K)(i,j) = \sum_m \sum_n A(i-m, j-n) K(m,n)$$

- Gauss filtri
- Sobel filtri
- Laplas filtri

kabi filtrlar aynan shunday ishlaydi.

7. Tensorli metodlar va sun'iy intellekt

Ko'p o'lchovli massivlar neyron tarmoqlarda tensor sifatida ifodalanadi.

7.1. Tensor algebra

Tensor jamlash, ko'paytirish, bo'lish, qayta o'lchash kabi operatsiyalar:

- CNN (Convolutional Neural Network),
- RNN,
- Transformer

arxitekturalarining asosini tashkil etadi.

7.2. Amaliy qo'llanishlar

- kompyuter ko'rish (CV)
- NLP, matnni tahlil qilish
- tibbiy tasvirlar
- 3D rekonstruksiya

8. Statistika tahlil metodlari

Ko'p o'lchovli massivlarda:

- kovariatsiya,
- korelyatsiya,
- dispersiya,
- probabilistik modellar

hisoblanadi.

Ular iqtisodiyot, biologiya, ijtimoiy fanlar va meteorologiyada keng qo'llanadi.

9. Zamonaviy optimallashtirish metodlari

- gradient pasayishi (GD)
- stokastik gradient pasayishi (SGD)
- Newton metodlari
- ADAM algoritmi

Ko'p o'lchovli massivlar asosida qurilgan funksiyalarni optimallashtirishda qo'llanadi.

10. Didaktik yondashuvlar

Ko'p o'lchovli massivlar mavzusini talabalarga samarali o'rgatish uchun pedagogik yondashuvlar zarur.

10.1. Bosqichli o'qitish

1. 1D massivlar, vektorlar.
2. 2D massivlar, matritsalar.
3. 3D modellar.
4. ND massivlar.
5. Zamonaviy tahlil metodlari.

6. Algoritmalar yaratish.

7. Loyihaviy ishlar.

10.2. Texnologik vositalar

- Python (NumPy, SciPy, TensorFlow)
- MATLAB
- Wolfram Mathematica
- GeoGebra 3D
- OpenCV

Interfaol vositalar mavzuni tushunishni osonlashtiradi.

10.3. Muammoli ta'lim

Talabalarga quyidagilar topshirilishi mumkin:

- tasvir filtrini yaratish;
- spektral tahlil dasturi;
- interpolatsiya modeli;
- tensorli hisoblashlar bilan amaliy loyiha.

10.4. Amaliy loyihalar asosida o'qitish

Real hayotdan olingan ma'lumotlar bilan ishlash:

- 3D tomografiya ma'lumotlari,
- sun'iy yo'ldosh tasvirlari,
- mashinaviy o'qitish datasetlari,
- laboratoriya eksperimentlari.

Bu yondashuv student motivatsiyasini kuchaytiradi.

XULOSA. Maqolada ko'p o'lchovli massivlar va ularda belgilangan funksiyalarni zamonaviy metodlar yordamida o'rganishning nazariy, algoritmik va didaktik asoslari keng yoritildi. Ko'p o'lchovli massivlar zamonaviy ilm-fan va texnologiyaning ajralmas qismi bo'lib, ular ustida bajariladigan funksiyalar murakkab matematik tahlilni talab qiladi. Spektral tahlil, interpolatsiya, konvolyutsiya, tensorli operatsiyalar, gradient metodlari va optimallashtirish kabi zamonaviy metodlar ko'p o'lchovli massivlarni tahlil qilishda yuqori samaradorlikka ega.

Didaktik yondashuvlar asosida mazkur murakkab mavzuni o'quvchilarga oddiydan murakkabga tamoyili asosida, interfaol texnologiyalar va amaliy loyihalar yordamida o'rgatish o'quv jarayonining samaradorligini oshiradi.

Ko'p o'lchovli massivlar bo'yicha chuqur bilimga ega bo'lish talabalarning matematik, analitik va algoritmik tafakkurini rivojlantiradi hamda ularni sun'iy intellekt, data analysis, ilmiy modellashtirish kabi zamonaviy sohalarda muvaffaqiyatli mutaxassis bo'lishiga zamin yaratadi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Strang G. Linear Algebra and Learning from Data. MIT Press, 2019.
2. Goodfellow I., Bengio Y., Courville A. Deep Learning. MIT Press, 2016.
3. Horn R., Johnson C. Matrix Analysis. Cambridge University Press, 2013.
4. Press W. et al. Numerical Recipes. Cambridge University Press, 2007.
5. O'zbekiston Milliy Universiteti - Sonli metodlar ma'ruzalar to'plami, 2021.
6. Tikhonov A.N., Samarskiy A. Matematik modellashtirish asoslari. Moskva, 1985.
7. Golub G., Van Loan C. Matrix Computations. Johns Hopkins University Press, 2012.
8. NumPy, SciPy, TensorFlow rasmiy hujjatlari, 2023.
9. Born S., Wolf E. Principles of Optics. Pergamon Press, 2010.
10. Oppenheim A., Schaffer R. Digital Signal Processing. Pearson, 2014.