

Dinamik tizimlar: tarixi va qo'llanilishi

Muhammadali Anvarjon-o'g'li Ubaydullayev
ubaydullayevmuhammadali2002@gmail.com
Buxoro davlat universteti

Annotatsiya: Dinamik tizimlar bir holatdan boshqa holatga o'tish jarayonini ifodalaydi. Dinamik tizimlar, asosan, fizika, biologiya, iqtisod va muhandislik, shuningdek, raqamli modellash va astronomiya kabi sohalarda qo'llaniladi. Ushbu maqola dinamik tizimlarning umumiy xususiyatlarini ko'rib chiqadi va ularning O'zbekiston va global miqyosdagi qo'llanilishi haqida ma'lumot beradi. Shu tariqa, maqolada operatsion samaradorlikni oshirish va barqaror rivojlanishni ta'minlashda dinamik tizimlarning potentsial imkoniyatlari ko'rsatib beriladi.

Kalit so'zlar: dinamik tizim, diskret va uzluksiz vaqtli dinamik tizim, turg'un nuqta, integral chiziqlar, fazali portretlar

Dynamic systems: history and applications

Muhammadali Anvarjon-oglu Ubaydullayev
ubaydullayevmuhammadali2002@gmail.com
Bukhara State University

Abstract: Dynamic systems express the transition process from one state to another. Dynamic systems are primarily applied in fields such as physics, biology, economics, and engineering, as well as in digital modeling and astronomy. This article examines the general characteristics of dynamic systems and provides information about their applications in Uzbekistan and on a global scale. Thus, the article illustrates the potential capabilities of dynamic systems in enhancing operational efficiency and ensuring sustainable development.

Keywords: dynamic systems, discrete and continuous dynamic systems, equilibrium points, integral curves, phase portraits

KIRISH. Dinamik tizimlar - bu haqiqiy jarayonlar, ob'ektlar yoki hodisalarning matematik modellarini ifodalovchi konsepsiyalardir. Ular alohida holatlarni tasvirlaydigan tizimlar sifatida qabul qilinadi. Dinamik tizimlar jarayonning bir holatdan boshqa holatga o'tishini tasvirlaydi, bu esa ularning harakatini namoyon etadi. Boshqacha qilib aytganda, dinamik tizimlar haqiqiy jarayonlar, masalan, fizik, biologik va iqtisodiy jarayonlarning matematik modellaridir, va har bir vaqtda

tizimning holati uning dastlabki holati bilan bog'liqdir. Ushbu tushuncha mexanik tizimlarning harakatlarini dinamik qonunlar orqali tavsiflash darajasidagi nazariyaga asoslanadi. Zamonaviy ilm-fanda dinamik tizimlar tushunchasi deyarli har xil sohalaridagi tizimlarni o'z ichiga oladi - fizika, kimyo, biotexnologiya, iqtisodiyot va ijtimoiy sohalar. Dinamik tizimlar nazariyasining asoschilari A.Puankare va A.M.Lyapunov bo'lib, ular 19-asr oxiri va 20-asr boshlarida osmon mexanikasi va aylanuvchi suyuqliklar nazariyasi kabi masalalarni o'rganish chog'ida oddiy differensial tenglamalar tizimsining echimlarini topishga harakat qilishgan. Ular o'z ishlarida oddiy differensial tenglamalar tizimsi echimlarining ma'lum bir vaqtdagi chiziqlarini o'rganishdan ko'ra, jarayonning barcha variantlariga mos keladigan echimlarni aniqlashga e'tibor berishgan [1-8].

Bu jarayonda $x(t)$ ni fazo ichidagi mumkin bo'lgan barcha holatlarni ifodalovchi egri chiziq sifatida ko'rish mumkin. Egri chiziqlar esa, o'z navbatida, geometrik xossalardan foydalanib, tizim haqida to'liq ma'lumot berishga imkon beradi. Ushbu egri chiziqlar fazali traektoriyalar deb ataladi.

XX asrning birinchi yarmida dinamik tizimlar nazariyasi boshqa bir nechta matematiklar tomonidan ham asoslangan. A.A.Andronov tabiatda va laboratoriya sharoitida chiziqsiz jarayonlarni o'rganish orqali dinamik tizimlarning ahamiyatini namoyish etdi. Bu, o'z navbatida, dinamik tizimlar nazariyasining rivojlanishida muhim rol o'ynadi. Chunki, mavjud chiziqli modellar haqiqiy jarayonlarni to'liq aks ettira olmaydi va chiziqsiz matematik modellar zarurligini ko'rsatdi.

A.A.Andronov A.Puankarening chegaraviy siklidan foydalangan holda avtotebranish jarayonlarini tasvirlaydi va chiziqsiz dinamika nazariyasiga yangi yo'nalish kiritadi. Dinamik tizimlarning shakli va bifurkatsiyalarini boshlang'ich parametrlar orqali bilish, parametrning cheklangan qiymatlaridan kelib chiqib dinamik tizimlar oilasini oldindan aniqlashga imkon beradi [7-15].

Dinamik tizimning barcha mavjud holatlari uning fazoviy fazosini tashkil etadi. Shunday qilib, tizim o'zining dastlabki holati va harakatlar qonuni orqali bir holatdan ikkinchi holatga o'tishni ta'minlaydi. Bundan tashqari, dinamik tizimlarni holatga doir ma'lumotga ega tizim sifatida ham tushunish mumkin. Dinamik tizimlarning eng muhim xususiyatlaridan biri - barqarorlikdir. Ya'ni, ma'lum bir vaqt davomida kichik va turli tashqi ta'sirlarga va ichki o'zgarishlarga qaramay, o'zining asosiy holatini va funktsiyalarini saqlab qolishidir.

Barqarorlik tashqi ta'sirlardan emas, balki tizim ichidagi o'zgarishlar natijasida yuzaga keladi. Ushbu tizimlarning rivojlanishi o'z-o'zidan shunday o'zgarishlarni aks ettiradi, ular esa tizimning asosiy funktsiyalarini samarali bajarishga imkon berishi mumkin. Dinamik tizimlar nazariyasi halokatlar nazariyasi sifatida qaraladi, unda tizimlarning sifat jihatdan qayta tuzilishi tahlil qilinadi. Dinamik tizimlar haqidagi tasavvurlar murakkab tizimlar bilan bog'liq o'rganishlar bilan birga keladi. Bu

jarayonda tizimlarning ichki xossalarini o'rganish alohida ahamiyatga ega. Mexanik tizimlarda ichki omillar harakati inersiya kuchlariga olib keladi. Tizimlar murakkablashgani sari ichki omillar va ularning roliga e'tibor qaratiladi. Murakkab tizimlar ichidagi faoliyatning manbalari va ular qanday qilib maqsadga muvofiq ishlashini o'rganish muhim masalalardan biri hisoblanadi.

Dinamik tizimlar belgilangan jarayonga asoslangan holda diskret va uzluksiz vaqtli tizimlarga bo'linadi. Diskret vaqtli tizimlarning hatti-harakatlari (fazali fazodagi tizimning traektoriyasi) holatlar ketma-ketligi bilan tavsiflanadi va ularni kaskad deb atashadi. Dinamik tizimlar texnik va tabiiy ilmiy masalalarning matematik modellarini o'rganishda muhim ahamiyatga ega. Ushbu qonuniyatlar meteorologik, iqtisodiy, moliyaviy va ijtimoiy tizimlar holatini tahlil qilishda ham qo'llanishi mumkin. Murakkab xo'jalik tizimlari bu barcha sohalarni qamrab oladi. Dinamik tizimlar turli qirralarga ega. Biz dinamik tizimlar va ularga mos keluvchi oddiy differensial tenglamalar tizimlaridagi matematik modellarni tahlil qilib, ularning turli klassifikatsiyalarini ko'rib chiqamiz. Quyida mumkin bo'lgan modellar tasnifini keltiramiz:

Dinamik tizimlarni tasniflash bir qancha omillarga asoslangan. Ushbu tasniflashning eng muhim yo'nalishlari quyidagilar:

a) Deterministik va tasodifiy tizimlar

Deterministik tizimlar - bu tizimlar, o'zgarishlari oldindan belgilangan va aniq bo'lgan jarayonlardir. Bunday tizimlarda boshlang'ich holat va qoidalar asosida kelajakdagi natijalarni aniq taxmin qilish mumkin. Yana shuni ta'kidlaymizki, emas, tasodifiy omillar mavjud, shuning uchun bunday tizimlar dinamikasi mutlaqo aniqlik bilan ifodalangan.

b) Lotka-Volterra modellar

Lotka-Volterra modellaridan o'suvchi populyatsiyalar o'rtasidagi munosabatlarni tasvirlashda foydalanish mumkin. Ehtimol, buning eng yaqqol misoli ovchi va qurbon o'rtasidagi munosabatlardir. Ushbu modellar ko'rinishida quyidagi tenglamalarni keltirish mumkin:

$$\begin{aligned}\frac{dN_1}{dt} &= r_1 N_1 - \alpha_1 N_1 N_2 \\ \frac{dN_2}{dt} &= -r_2 N_2 + b_2 N_1 N_2\end{aligned}$$

bu yerda N_1 - qurbon (o'simliklar), N_2 - ovchi (hayvonlar), r_1, r_2 - o'sish sur'ati, α_1, b_2 - jarayonlar o'rtasidagi o'zaro ta'sir koeffitsiyentlari.

Ushbu tizimlarda agar boshlang'ich shartlar ma'lum bo'lsa, kelajakdagi populyatsiya qiymatlarini hisoblash mumkin. Bunda tasodifiylik umuman bo'lmaydi, shuning uchun ular deterministik modellar hisoblanadi.

c) Boshqaruv va kompensatsiya tizimlari

Boshqaruv tizimlari, masalan, harorat boshqaruvi, elektr energiyasi boshqarish tizimlari ham deterministik sifatida qaralishi mumkin. Misol tariqasida issiqlik tizimidagi quyidagi differensial tenglama keltiriladi:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{\tau} (T_{env} - T) + \frac{P}{C}$$

bu tenglamada T – xona harorati, T_{env} – atrof-muhit harorati, P – issiqlik manbai, C – issiqlik sig‘imi, τ – haroratning o‘zgarish tezligi.

d) Tasodifiy tizimlar

Tasodifiy tizimlar - bu tizimlar faqat hozirgi holatga emas, balki tasodifiy yoki ehtimollik elementlariga ham bog‘liq. Bunday tizimlarda noaniqlik mavjud bo‘lib, kelajakdagi hodisalarni aniq bashorat qilish qiyin, lekin ehtimollar asosida taxminlar qilish mumkin. Bu esa ularni sifatli tahlil qilish imkoniyatini taqdim etadi.

Stoxastik tizimlar iqtisodiyot, biologiya, fizika va muhandislik kabi turli sohalarda keng qo‘llaniladi. Quyida stoxastik dinamik tizimlarga misollar keltiramiz:

e) Iqtisodiy tizimlar

Moliyaviy sohalarda aksiyalar narxi va boshqa moliyaviy ko‘rsatkichlarning o‘zgarishini tasvirlash uchun ko‘pincha stoxastik modellar ishlatiladi. Aksiyalar narxi tasodifiy omillar, bozorning umumiy ahvoli va boshqa bir qancha faktorlarga bog‘liq. Ularning ichida eng mashhur model - Geometric Brownian Motion (GBM), bu aksiyalar narxining o‘zgarishini stoxastik tarzda ifodalaydi.

Geometric Brownian Motion (GBM) modelining tenglamasi:

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t,$$

bu yerda, S_t – aksiyaning narxi, μ – o‘sish sur‘ati, σ – aksiya o‘zgarishi, dW_t – tasodifiy jarayon.

f) Neyron tizimlarining tasodifiy modellanishi

Asab tizimlarining faoliyati ko‘pincha tasodifiy hodisalar bilan bog‘liq bo‘lib, neyronlar orasidagi elektr signal almashinuvi stoxastik jarayon sifatida ko‘riladi. Neyronlarning faolligi va signal uzatish jarayonlari ehtimoliy taqsimotga asoslangan bo‘lib, ular o‘zaro bog‘langan holatlarda noaniqliklarni keltirib chiqaradi [9-15].

g) H-H modeli

Hodgkin-Huxley modeli asab tizimining elektr faolligini tavsiflash uchun keng qo‘llaniladi. Bu model neyronlarning membranasida ionlarning harakati va signal o‘tkazish jarayonlarini hisobga oladi. Stoxastik jarayonlar bu modelda muhim rol o‘ynaydi, chunki ular neyronlar o‘rtasidagi muvozanat va faollikni aniqlashga yordam beradi.

h) Fizikada tasodifiy jarayonlar

Fizika sohasida stoxastik tizimlar ko‘plab masalalar bilan bog‘liq. Masalan, molekularlarning harakati, diffuziya jarayonlari va boshqa termodinamik tizimlarda stoxastik differensial tenglamalar qo‘llaniladi.

Bunday modellar hodisalarni tasvirlashda tasodifiylik va ehtimollikni hisobga olish imkonini beradi, bu esa fizik qonunlarni yanada chuqurroq tushunishga yordam beradi.

XULOSA. Matematika zamonaviy ta'limda muhim ahamiyatga ega bo'lib, kelajak avlodlarni tarbiyalashda keng imkoniyatlar yaratadi. U o'quvchilarning tafakkurini, mantiqiy fikrlash qobiliyatini va muammolarni hal qilish ko'nikmalarini rivojlantiradi.

Dinamik tizimlar esa turli sohalarda qo'llanilib, real jarayonlarni aniqlash va tushunishga yordam beradi. Ularning yordamida fizika, muhandislik, biologiya, ekologiya va iqtisodiyot kabi sohalarda dinamik hodisalarni aniqlab, nazorat qilish va optimallashtirish mumkin. Tabiat va inson faoliyatining asosiy qonuniyatlarini o'rganish, shuningdek, doimiy ravishda o'zgarayotgan muhitni nazorat qilish va yaxshilashda dinamik tizimlar nihoyatda muhimdir. Ular kompleks jarayonlarni tushunishga, ilmiy tadqiqotlarni rivojlantirishga va texnologik yangiliklarni joriy etishga katta yordam beradi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Расулов Х.Р. Аналог задачи Трикоми для квазилинейного уравнения смешанного типа с двумя линиями вырождения // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки, 2022. Т. 26, № 4.
2. Rasulov X.R. Qualitative analysis of strictly non-Volterra quadratic dynamical systems with continuous time // Communications in Mathematics, 30 (2022), no. 1, pp. 239-250.
3. Rasulov X.R. Qualitative analysis of strictly non-Volterra quadratic dynamical systems with continuous time // arXiv e-prints, 2022, arXiv: 2211.06186.
4. Xaydar Raupovich Rasulov. Boundary value problem in a domain with deviation from the characteristics for one nonlinear equation with mixed type. AIP Conf. Proc. 2781, 020016 (2023)
5. Расулов Х.Р. О некоторых символах математического анализа // Science and Education, scientific journal, 2:11 (2021), p.66-77.
6. Расулов Х.Р. О понятие асимптотического разложения и ее некоторые применения // Science and Education, scientific journal, 2:11 (2021), pp.77-88.
7. Xaydar R. Rasulov. On the solvability of a boundary value problem for a quasilinear equation of mixed type with two degeneration lines // Journal of Physics: Conference Series 2070 012002 (2021), pp.1-11.
8. Rasulov Kh.R. (2018). On a continuous time F - quadratic dynamical system // Uzbek Mathematical Journal, №4, pp.126-131.
9. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Роль математики в биологических науках // Проблемы педагогики, № 53:2 (2021), с. 7-10.

10. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Математические модели и законы в биологии // Scientific progress, 2:2 (2021), p.870-879.
11. Расулов Х.Р. (1996). Задача Дирихле для квазилинейного уравнения эллиптического типа с двумя линиями вырождения // ДАН Республики Узбекистан, №12, с.12-16.
12. Салохитдинов М.С., Расулов Х.Р. (1996). Задача Коши для одного квазилинейного вырождающегося уравнения гиперболического типа // ДАН Республики Узбекистан, №4, с.3-7.
13. Расулов Х.Р. Об одной нелокальной задаче для уравнения гиперболического типа // XXX Крымская Осенняя Математическая Школа-симпозиум по спектральным и эволюционным задачам. Сборник материалов международной конференции КРОМШ-2019, с. 197-199.
14. Rasulov X. R. On a Volterra dynamical system of a two-sex population, Lobachevskii Journal of Mathematics, 45(8), 3975-3985 pp., 2024.
15. Расулов Х.Р. О качественном анализе одного класса вольтеровских квадратично-стохастических операторов с непрерывным временем. Математические заметки, 2024, том 116, выпуск 5, стр. 792–808.