

Iqtisodiy masalalarni modellashtirishda matritsalar va chiziqli tenglamalar sistemalaridan foydalanish

Nasriddin Nomozovich Raximov

nasriddin.raximov@inbox.ru

Dilafruz Bahodir-qizi Tursunbayeva

dilafruztursunbayeva087@gmail.com

Samarqand davlat pedagogika instituti

Annotatsiya: Ushbu maqolada iqtisodiy masalalarni modellashtirishda matritsalar va chiziqli tenglamalar sistemalaridan foydalanishning nazariy asoslari hamda amaliy imkoniyatlari tadqiq etilgan. Matritsaviy usullar iqtisodiy jarayonlarni matematik modellashtirish, ishlab chiqarish xarajatlarini optimallashtirish, resurslarni samarali taqsimlash va iqtisodiy ko'rsatkichlar o'rtasidagi funksional bog'liqliklarni aniqlashda muhim ahamiyat kasb etadi. Maqolada matritsalar ustida bajariladigan asosiy algebraik amallar, shuningdek chiziqli tenglamalar sistemalarini Gauss va matritsa usullari yordamida yechish mexanizmlari batafsil yoritilgan. Keltirilgan iqtisodiy mazmundagi amaliy misollar orqali ushbu matematik apparatning iqtisodiy modellashtirishdagi samaradorligi asoslab berilgan.

Kalit so'zlar: matritsa, iqtisodiy modellashtirish, chiziqli tenglamalar sistemasi, matritsaviy usul, Gauss usuli, ishlab chiqarish xarajatlari, resurslarni taqsimlash

Using matrices and linear equation systems in modeling economic problems

Nasriddin Nomozovich Rakhimov

nasriddin.raximov@inbox.ru

Dilafruz Bahodir-kizi Tursunbayeva

dilafruztursunbayeva087@gmail.com

Samarkand State Pedagogical Institute

Abstract: This article investigates the theoretical foundations and practical possibilities of using matrices and systems of linear equations in modeling economic problems. Matrix methods play an important role in the mathematical modeling of economic processes, optimization of production costs, efficient allocation of resources, and identification of functional relationships between economic indicators. The article provides a detailed discussion of the basic algebraic operations performed on matrices, as well as the mechanisms for solving systems of linear equations using

the Gauss method and matrix methods. The effectiveness of this mathematical apparatus in economic modeling is substantiated through applied economic examples.

Keywords: matrix, economic modeling, system of linear equations, matrix method, Gauss method, production costs, resource allocation

Bugungi kunda iqtisodiy jarayonlarning murakkablashuvi va ma'lumotlar hajmining ortib borishi iqtisodiy masalalarni aniq, tizimli va samarali modellashtirish usullariga bo'lgan ehtiyojni kuchaytirmoqda. Iqtisodiy tizimlarda ishlab chiqarish, taqsimot, almashinuv va iste'mol jarayonlari o'zaro chambarchas bog'liq bo'lib, ularni tahlil qilish ko'p omilli va murakkab hisob-kitoblarni talab etmoqda. Shu sababli iqtisodiy masalalarni matematik modellashtirish zamonaviy iqtisodiyotning muhim yo'nalishlaridan biri hisoblanadi.

Matritsalar va chiziqli tenglamalar sistemalari iqtisodiy masalalarni yechishda keng qo'llaniladigan samarali matematik apparat bo'lib, ular yordamida iqtisodiy jarayonlarni ixcham va qulay shaklda ifodalash, ko'rsatkichlar o'rtasidagi miqdoriy bog'liqliklarni aniqlash hamda optimal yechimlarni topish mumkin. Xususan, ishlab chiqarish xarajatlarini hisoblash, resurslarni taqsimlash, mahsulot hajmini rejalashtirish va iqtisodiy muvozanat masalalarini yechishda matritsaviy usullar muhim ahamiyat kasb etadi.

Chiziqli tenglamalar sistemalari yordamida iqtisodiy ko'rsatkichlar o'rtasidagi bog'lanishlarni aniqlash va ularni tahlil qilish mumkin bo'lib, bunday sistemalarni yechishda Gauss va matritsa usullari eng samarali metodlardan hisoblanadi. Ushbu usullar hisoblash jarayonini soddalashtiradi, natijalarning aniqligini ta'minlaydi va amaliy masalalarni tezkor hal etish imkoniyatini beradi. Ayniqsa, ko'p noma'lumli iqtisodiy masalalarni yechishda matritsalar bilan ishlash katta qulaylik tug'diradi.

Matritsalar va chiziqli tenglamalar sistemalari iqtisodiy modellashtirishda eng ko'p tatbiq etiladigan vositalardan bo'lib, ular yordamida ko'p omilli iqtisodiy jarayonlarni ixcham va aniq shaklda ifodalash mumkin. Ushbu maqolaning maqsadi iqtisodiy masalalarni modellashtirishda matritsalar va chiziqli tenglamalar sistemalaridan foydalanish usullarini yoritish hamda ularning amaliy ahamiyatini ko'rsatishdan iborat.

Dastlab chiziqli tenglamalar sistemasini yechishda matritsalarining tatbiqi borasida biroz nazariy ma'lumotlar keltirib o'tamiz. Bizga uch noma'lumli chiziqli tenglamalar sistemasi berilgan bo'lsin.

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = b_2 \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = b_3 \end{cases}$$

Uni Gaus usulida yechish uchun quyidagi kengaytirilgan matritsani tuzib olamiz.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \end{array} \right]$$

Bu matritsada bir nechta chiziqli almashtirishlarni bajarib asosiy diagonaldan pastki elementlarni 0(nol) ga aylantiramiz. Natijada matritsa zinapoya (uchburchak) ko‘rinishiga keladi.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & * & * & * \\ 0 & 1 & * & * \\ 0 & 0 & 1 & * \end{array} \right]$$

Oxirgi matritsa yordamida yana chiziqli tenglamalar sistemasini tuzib, 3-tenglamadan z – noma'lumni, 2-tenglamadan y – noma'lumni va nihoyat 1-tenglamadan x – noma'lumni topamiz.

Quyida ba'zi iqtisodiy masalalarga matritsalarining tatbiqlarini ko‘rib o‘tamiz:

1-masala. “Baraka” nomli kichik ishlab chiqarish korxonasida uch turdagi mahsulot ishlab chiqariladi: A, B va C. Korxona rahbari ishlab chiqarish xarajatlarini tahlil qilish va har bir mahsulotning alohida tannarxini aniqlashni rejalashtirmoqda. Ishlab chiqarish jarayonida turli buyurtmalar asosida quyidagi umumiy xarajatlar qayd etilgan: 2 dona A, 1 dona B va 1 dona C mahsulotlari uchun jami 10 ming so‘m sarflangan. 1 dona A, 3 dona B va 3 dona C mahsulotlari uchun jami 18 ming so‘m sarflangan. 1 dona A, 1 dona B va 4 dona C mahsulotlari uchun jami 16 ming so‘m sarflangan.

Vazifa:

1. Yuqoridagi ma'lumotlarga asoslanib, har bir mahsulotning (A, B va C) bir dona ishlab chiqarish tannarxini aniqlash uchun qanday matematik model tuzish mumkin? *Tenglamalar sistemasini yozing.*

2. Tuzilgan tenglamalar sistemasini Gauss usuli yordamida yeching va har bir mahsulot tannarxini toping.

Yechim: Dastlab berilgan masalaning matematik modelini ya'ni, unga mos tenglamalar sistemasini tuzib olamiz (1-savolga javob sifatida). A, B va C mahsulotlar tannarxini mos ravishda x , y va z deb belgilab olib, masala shartiga mos chiziqli tenglamalar sistemasini tuzamiz.

$$\begin{cases} 2x + y + z = 10 \\ x + 3y + 3z = 18 \\ x + y + 4z = 16 \end{cases}$$

Endi 2-savolga javob berish maqsadida ushbu chiziqli tenglamalar sistemasini Gauss usulida yechishga harakat qilamiz. Buning uchun quyidagi algoritm asosida ish ko‘ramiz.

Dastlab kengaytirilgan matritsa tuzib olamiz.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 1 & 10 \\ 1 & 3 & 3 & 18 \\ 1 & 1 & 4 & 16 \end{array} \right]$$

Ushbu kengaytirilgan matritsaning 1- va 2- satrlarini o'rnini almashtirib olamiz.

$$R_1 \leftrightarrow R_2$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 3 & 18 \\ 2 & 1 & 1 & 10 \\ 1 & 1 & 4 & 16 \end{array} \right]$$

Endi quyidagicha almashtirish olamiz:

$$R_2 \rightarrow R_2 - 2R_1$$

$$R_3 \rightarrow R_3 - R_1$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 3 & 18 \\ 0 & -5 & -5 & -26 \\ 0 & -2 & 1 & -2 \end{array} \right]$$

Ikkinchi satrni $-1/5$ ga ko'paytiramiz, ya'ni

$$R_2 \rightarrow -\frac{1}{5}R_2$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 3 & 18 \\ 0 & 1 & 1 & \frac{26}{5} \\ 0 & -2 & 1 & -2 \end{array} \right]$$

Quyidagicha hisoblashlarni bajarsak,

$$R_3 \rightarrow R_3 + 2R_2$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 3 & 18 \\ 0 & 1 & 1 & \frac{26}{5} \\ 0 & 0 & 3 & \frac{42}{5} \end{array} \right]$$

ko'rinishga keladi.

Topilgan oxirgi matritsa yordamida chiziqli tenglamalar sistemasini tuzib, x, y, z noma'lumlarni topamiz. Javob: $x = 2.4$ $y = 2.4$ $z = 2.8$

2-Masala: Bir korxona uch turdagi mahsulot - A, B va C ishlab chiqaradi. Har bir mahsulotni ishlab chiqarish uchun xomashyo, mehnat va energiya resurslari talab qilinadi. Quyidagi jadvalda har bir mahsulot uchun 1 birlik ishlab chiqarishda sarflanadigan resurslar ko'rsatilgan:

№	Mahsulot turi	Xomashyo (kg)	Mehnat (soat)	Energiya (kWh)
1	A	2	1	3
2	B	4	2	1
3	C	3	3	2

Korxonada mavjud resurslar miqdori:

- Xomashyo: 100 kg
- Mehnat: 60 soat
- Energiya: 80 kWh

Korxona ishlab chiqarishdan maksimal foyda olishni xohlaydi. Mahsulotlar bir birlikdan tushadigan foyda (ming so'm) quyidagicha: A - 30, B - 50, C - 40.

Vazifa:

1. Masalani matritsa shaklida ifodalang.

2. Teskari matritsa usuli yordamida maksimal foydani beruvchi mahsulotlar sonini toping.

Yechim. Dastlab masala shartiga mos matematik model shakllantirib olamiz. Bunda chiziqli tenglamalar sistemasini matritsa usulida yechamiz. Tenglamani matritsaviy formasida tasvirlab olamiz.

Ushbu chiziqli tenglamalar sistemasini matritsa usulida yechishga harakat qilamiz.

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad N = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \text{va} \quad K = \begin{pmatrix} 100 \\ 60 \\ 80 \end{pmatrix} \quad \text{deb olsak, } M \cdot N = K \quad \text{tenglamani hosil}$$

qilamiz. Dastlab M matritsaga teskari matritsa topib olamiz. Ma'lumki, M matritsaga teskari matritsa mavjud bo'lishi uchun berilgan matritsaning determinant noldan

$$\det(M) = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 15 \neq 0$$

farqli bo'lishi lozim. Ko'rish mumkinki, . Demak teskari matritsa mavjud. Algebraik to'ldiruvchilar yordamida teskari matritsani osongina

$$M^{-1} = \frac{1}{15} \begin{pmatrix} 1 & -5 & 6 \\ 7 & -5 & -3 \\ -5 & 10 & 0 \end{pmatrix}$$

topishimiz mumkin. M matritsaga teskari matritsa ko'rinishda

ekanini topamiz. Endi bular yordamida $x = \frac{56}{3}, \quad y = \frac{32}{3}, \quad z = \frac{20}{3}$ yechimlarni topamiz.

Endi korxonaning maksimal foydasini hisoblab topamiz. Buning uchun ushbu

$(30 \ 50 \ 40) \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ matritsalar ko'paytmasidan foydalanamiz. Demak, maksimal foyda

$$(30 \ 50 \ 40) \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 30x + 50y + 40z = 30 \cdot \frac{56}{3} + 50 \cdot \frac{32}{3} + 40 \cdot \frac{20}{3} = 1360$$

(ming so'm) ni tashkil etadi.

Xulosa qilib aytganda, iqtisodiy masalalarni modellashtirishda matritsalar va chiziqli tenglamalar sistemalaridan foydalanish iqtisodiy jarayonlarni miqdoriy jihatdan tahlil qilish va ularning o'zaro bog'liqligini aniqlashda muhim ahamiyat kasb etadi. Ushbu usullar resurslardan samarali foydalanish, iqtisodiy ko'rsatkichlarni

optimallashtirish hamda asosli boshqaruv qarorlarini qabul qilish imkonini beradi. Natijada, matematik modellashtirish iqtisodiy tizimlarni chuqur o'rganish va ularning rivojlanish istiqbollarini prognozlashda ishonchli ilmiy vosita sifatida namoyon bo'ladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Ayupov Sh.A, B.A.Omirov, A.X.Xudoyberdiyev Algebra va sonlar nazariyasi. Toshkent: "O'zbekiston", 2019.
2. Ismoilov B., Qodirov A. Iqtisodiy-matematik modellashtirish asoslari. – Toshkent: Iqtisodiyot, 2018.
3. Karimov N. Chiziqli algebra va uning iqtisodiy masalalarga tatbiqi. – Toshkent: Fan va texnologiya, 2020.
4. Chiang A. C., Wainwright K. Fundamental Methods of Mathematical Economics. – New York: McGraw-Hill, 2005.
5. Sydsaeter K., Hammond P. Mathematics for Economic Analysis. – London: Pearson Education, 2012.
6. Leontief W. Input–Output Economics. – New York: Oxford University Press, 1986.
7. Varian H. R. Microeconomic Analysis. – New York: W. W. Norton & Company, 1992.