"To‘plamlar halqasi" mavzusini o‘qitishda "Mosini top" interfaol metodidan foydalanishning ilmiy-uslubiy asoslari

Bekzod Bahronov
Buxoro davlat universiteti

Annotatsiya: Maqolada oliy ta’limda "To‘plamlar halqasi" mavzusini o‘qitishning matematik va didaktik asoslari tahlil qilinadi. "Mosini top" interfaol metodining ta’rif, formula, misol va kontrmisollarni bog‘lashdagi imkoniyatlari ochib beriladi. To‘plamlar halqasi, yarimhalqasi va algebrasining o‘zaro farqlari qat’iy matematik dalillar bilan izohlanadi. Turli murakkablikdagi moslashtirish kartochkalari, muammoli vaziyatlar, 80 daqiqalik mashg‘ulot ssenariysi, baholash rubrikasi va metod samaradorligini tekshirish rejasi taklif etiladi. Tadqiqot metodik-loyihaviy xarakterga ega bo‘lib, eksperimental samaradorlik ko‘rsatkichlari da’vo qilinmaydi.

Kalit so‘zlar: to‘plamlar halqasi, yarimhalqa, to‘plamlar algebrasi, simmetrik ayirma, mosini top metodi, interfaol ta’lim, matematik isbot, baholash

Scientific-Methodological Foundations for Using the "Find the Match" Interactive Method in Teaching the Topic of "Ring of Sets"

Bekzod Bahronov
Bukhara State University

Abstract: This article examines the mathematical and didactic foundations of teaching the topic "Ring of Sets" in higher education. It discusses the potential of a matching-based interactive method for connecting definitions, formulas, examples, and counterexamples. The distinctions between rings, semirings, and algebras of sets are justified through rigorous mathematical arguments. Differentiated matching cards, problem-based activities, an 80-minute lesson plan, an assessment rubric, and a framework for evaluating instructional effectiveness are proposed. The study is methodological and design-oriented; no unsupported experimental outcomes are claimed.

Keywords: ring of sets, semiring of sets, algebra of sets, symmetric difference, matching method, interactive learning, mathematical proof, assessment

(cc) BY

KIRISH

Oliy ta’limda haqiqiy o‘zgaruvchili funksiyalar nazariyasi, o‘lchovlar nazariyasi va ehtimollar nazariyasining asosiy tushunchalari to‘plamlar ustidagi amallarga tayangan holda shakllanadi. Xususan, o‘lchov qurishning dastlabki bosqichlarida to‘plamlar sistemalarining birlashma, kesishma va ayirmaga nisbatan yopiqligini tushunish talab etiladi. Bu jarayonda ta’riflarni eslab qolishning o‘zi yetarli emas: talaba har bir aksiomaning mazmunini tahlil qilishi, misol va kontrmisollarni ajratishi, oddiy isbotlarni mustaqil tuzishi kerak.

“To‘plamlar halqasi” mavzusi ko‘pincha bir-biriga yaqin uchta tushuncha – yarimhalqa, halqa va algebra – o‘rtasidagi farqlar sababli murakkab qabul qilinadi. O‘quvchi “kesishmaga yopiq” degan shartdan “birlashmaga yopiq” degan xulosani asossiz chiqarishi yoki universal to‘plamning halqaga tegishliligini barcha halqalar uchun majburiy deb o‘ylashi mumkin. Mazkur xatolarni bartaraf etishda moslashtirish topshiriqlarini isbot va qarshi misollar bilan birlashtirish foydalidir.

Tadqiqot maqsadi - “Mosini top” interfaol metodini mavzuning matematik mantiqiga mos ravishda loyihalash, topshiriqlar ketma-ketligini ishlab chiqish va o‘zlashtirishni baholash mezonlarini taklif etish. Tadqiqot obyekti - oliy ta’limda matematik analiz va o‘lchovlar nazariyasini o‘qitish jarayoni; predmeti - to‘plamlar halqasi mavzusida moslashtirish faoliyatining mazmuni va tashkil etilishi.

ADABIYOTLAR TAHLILI VA METODOLOGIK ASOS

Faol o‘qitish yondashuvi talabaning faqat tinglovchi emas, balki masala yechuvchi, dalil keltiruvchi va o‘z fikrini himoya qiluvchi subyekt sifatida ishtirokini nazarda tutadi. Freeman va hammualliflarining STEM fanlari bo‘yicha meta-tahlili faol o‘qitish yondashuvlarining umumiy istiqbolini ko‘rsatadi [1]. Biroq ushbu umumiy natijalarni aynan “Mosini top” metodining to‘plamlar halqasi mavzusidagi eksperimental isboti sifatida talqin qilish mumkin emas.

Bilimni avvalgi tushunchalar bilan bog‘lash, noto‘g‘ri tasavvurlarni aniqlash va teskari aloqani tashkil etish tamoyillari ta’lim psixologiyasida ham asoslangan [2]. Mazkur ishda ta’rif-formula, obyekt-xossa, hukm-isbot va xato-tuzatish kabi to‘rt xil moslashtirish birlashtiriladi. Manba maqoladagi besh bosqichli mashg‘ulot modeli saqlanadi, biroq har bir bosqichga aniq o‘quv mahsuli va baholash mezoni biriktiriladi.

Tadqiqot usullari: matematik ta’rif va xossalarni mantiqiy tahlil qilish; taqqoslash; didaktik modellashtirish; vazifalarni murakkablik darajasiga ko‘ra tasniflash; mezonli baholash. Bu yerda ishlab chiqilgan topshiriqlar metodik taklifdir; haqiqiy talabalar bilan tajriba o‘tkazilganini bildiruvchi ma’lumotlar keltirilmaydi.

[3, 4]-maqolalarda matematikaga oid fanlarni o‘qitish jarayonida pedagogik interfaol metodlardan foydalanishning samarali mexanizmlari va ularni ta’lim amaliyotiga tatbiq etish bo‘yicha ilmiy-metodik tavsiyalar ishlab chiqilgan. [6-9] maqolalarda panjara (lattice) va tor (cone) tushunchalari, shuningdek, mazkur

(cc) BY

to‘plamlarda aniqlangan elementlarni qo‘shish hamda songa ko‘paytirish kabi algebraik amallarning xossalari yoritilgan. [10-13] maqolalarda, shuningdek [14-16] maqolalarda to‘plamlar ustida aniqlangan amallar Lebeg integralining xossalarini tadqiq etishda qo‘llanilib, ularning integral hisob nazariyasidagi tatbiqlari o‘rganilgan.

TO‘PLAMLAR HALQASINING MATEMATIK ASOSLARI

X – universal to‘plam, $\mathcal{R} \subseteq \mathcal{P}(X)$ – bo‘sh bo‘lmagan to‘plamlar oilasi bo‘lsin. Agar ixtiyoriy $A, B \in \mathcal{R}$ uchun $A \cup B \in \mathcal{R}$ va $A \setminus B \in \mathcal{R}$ bo‘lsa, $\mathcal{R}$ to‘plamlar halqasi deyiladi. Bu ta’rifda yopiqlik aynan ikki amalga nisbatan talab qilinadi; boshqa amallarga nisbatan yopiqlik esa natija sifatida isbotlanadi.

1-xossa. $\emptyset \in \mathcal{R}$. Haqiqatan, $\mathcal{R}$ bo‘sh bo‘lmagani uchun biror $A \in \mathcal{R}$ mavjud va $A \setminus A = \emptyset \in \mathcal{R}$.

2-xossa. $A \cap B \in \mathcal{R}$. Chunki $A \cap B = A \setminus (A \setminus B)$; ayirma amali ikki marta qo‘llanilganda hosil bo‘lgan to‘plam $\mathcal{R}$ ga tegishli.

3-xossa. $A \triangle B \in \mathcal{R}$. Simmetrik ayirma $A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ tenglik bilan ifodalanadi; ikkala ayirma va ularning birlashmasi halqaga tegishli.

4-xossa. Agar $A_1, \dots, A_n \in \mathcal{R}$ bo‘lsa, ularning chekli birlashmasi va chekli kesishmasi ham $\mathcal{R}$ ga tegishli. Bu xulosa induksiya orqali yuqoridagi yopiqliklardan kelib chiqadi.

To‘plamlar algebrasi deb $X \in \mathcal{R}$ shartni ham qanoatlantiruvchi halqaga aytiladi. Bu holda har bir $A \in \mathcal{R}$ uchun $X \setminus A \in \mathcal{R}$, ya’ni algebra komplementga ham yopiq. Aksincha, universal to‘plamni o‘z ichiga olgan halqa algebra bo‘ladi. Demak, har bir algebra halqa, lekin har bir halqa algebra emas.

To‘plamlar yarimhalqasi deb $\emptyset$ ni o‘z ichiga olgan, kesishmaga yopiq va har qanday A, B uchun $A \setminus B$ ayirmasi shu oilaga mansub chekli sondagi o‘zaro kesishmaydigan to‘plamlarning birlashmasi sifatida yoziladigan sistemaga aytiladi. Yarimhalqadan farqli ravishda halqada ayirmaning o‘zi oilaga tegishli bo‘lishi shart.

Misol. $\mathcal{R} = \{A \subseteq \mathbb{N} : A\ chekli\}$ sistema halqadir: ikki chekli to‘plamning birlashmasi ham, ayirmasi ham chekli. Ammo $\mathbb{N}$ cheksiz bo‘lgani uchun $\mathbb{N} \notin \mathcal{R}$; demak, $\mathcal{R}$ algebra emas. Boshqa tomondan, $\mathcal{P}(X)$ har qanday X uchun algebra hisoblanadi.

Kontrmisol. $X = \mathbb{R}$ da $\mathcal{S} = \{\emptyset\} \cup \{(a, b] : a < b, a, b \in \mathbb{R}\}$ yarim ochiq chegaralangan oraliqlar oilasini qaraymiz. Ikki oraliqning kesishmasi shu ko‘rinishdagi oraliq yoki $\emptyset$ bo‘ladi; ayirma esa ko‘pi bilan ikkita o‘zaro kesishmaydigan yarim ochiq oraliq birlashmasidir. Ammo $(0,1] \cup (2,3]$ bitta oraliq emas, shu sababli $\mathcal{S}$ halqa emas. Bu misol yarimhalqa bilan halqa o‘rtasidagi muhim farqni ko‘rsatadi.

Izoh. “Barcha chekli oraliqlar oilasi” iborasi turlicha talqin qilinishi mumkin. Didaktik aniqlik uchun oraliqlarning ochiq, yopiq yoki yarim ochiq turi va bo‘sh to‘plamning kiritilishi alohida ko‘rsatilishi kerak.

(cc) BY

“MOSINI TOP” METODINING DIDAKTIK MEXANIZMI

“Mosini top” metodida o‘quv materiali ikki yoki undan ortiq blokda beriladi: birinchi blokda tushunchalar, ikkinchisida ularning xossalari, formulalari, misollari yoki izohlari joylashadi. Talaba faqat to‘g‘ri juftlikni tanlamaydi, balki nima uchun boshqa juftliklar noto‘g‘ri ekanini ham asoslaydi. Shu tariqa faoliyat oddiy tanib olishdan mantiqiy tekshirish va isbotga ko‘tariladi.

Metodning birinchi didaktik vazifasi - yangi terminlarni mavjud bilimlar bilan bog‘lash; ikkinchisi – aksiomalarning zarurligini anglatish; uchinchisi – qarshi misol qurish; to‘rtinchisi – guruhiy munozara orqali matematik nutqni rivojlantirish. Har bir kartochkada yagona aniq javob mavjudligi yoki ko‘p javobli topshiriq ekanligi oldindan ko‘rsatilishi lozim.

Topshiriqlarni uch darajaga ajratish maqsadga muvofiq: reproduktiv daraja (ta’rifni topish), analitik daraja (xossani tekshirish), tadqiqiy daraja (isbot yoki kontrmisol tuzish). Bunda talabalarning tayyorgarlik darajasi hisobga olinadi; kuchli guruhlarga bir nechta to‘g‘ri moslik mavjud bo‘lgan vazifalar berilishi mumkin.

MOSLASHTIRISH TOPSHIRIQLARI TIZIMI

1-topshiriq. Ta’rif va formulalarni moslashtiring. Har bir javob uchun kamida bitta izoh yozing.

A-ustun: tushuncha	B-ustun: ifoda
1. Halqaning yopiqligi	a) $A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$
2. Algebra sharti	b) $A \cup B \in \mathcal{R}, A \setminus B \in \mathcal{R}$
3. Kesishma ayniyati	c) $A \setminus B = \coprod_{i=1}^{n} C_i, C_i \in \mathcal{S}$
4. Simmetrik ayirma	d) $X \in \mathcal{R}$
5. Yarimhalqa ayirmasi	e) $A \cap B = A \setminus (A \setminus B)$

Javoblar: 1-b, 2-d, 3-e, 4-a, 5-c. 3- va 4-mosliklar tengliklarni amallar yordamida tekshirishga asoslanadi; 5-moslikda C_i lar o‘zaro kesishmaydigan bo‘lishi zarur.

2-topshiriq. To‘plamlar oilasini eng aniq tavsif bilan moslashtiring. $X = \mathbb{N}$ deb oling.

Oila	Tavsif
1. $\mathcal{P}(\mathbb{N})$	a) Halqa, ammo algebra emas
2. $\mathbb{N}$ ning chekli qism to‘plamlari	b) Algebra
3. $\{\emptyset\}$	c) Yarimhalqa, ammo halqa emas
4. $\{\emptyset\} \cup \{(a, b] : a < b\}$	d) Halqa va algebra emas ($\mathbb{N}$ ga nisbatan)

Javoblar: 1-b, 2-a, 3-d, 4-c. To‘rtinchi qatorda universal to‘plam $\mathbb{R}$ deb olinadi. Uchinchi qatordagi $\{\emptyset\}$ esa aslida halqadir, ammo $\mathbb{N}$ ga nisbatan algebra emas; shu sababli d-variantini “halqa, ammo algebra emas” deb talqin qilish kerak. Bir xil tavsifli oilalar mavjudligi bu topshiriqning muhokama uchun mo‘ljallanganligini ko‘rsatadi.

Metodik tuzatish: bir qiymatli moslashtirish talab qilinganda 2-topshiriqni quyidagi tekshiruv jadvali bilan almashtirish qulay. Unda har bir oila uchun “halqa”, “algebra”, “yarimhalqa” ustunlariga alohida ha/yo‘q javobi qo‘yiladi.

(cc) BY

Oila	Halqa	Algebra	Yarimhalqa
$\mathcal{P}(\mathbb{N})$	ha	ha	ha
$\mathbb{N}$ ning chekli qism to‘plamlari	ha	yo‘q	ha
$\{\emptyset\}$	ha	yo‘q	ha
Yarim ochiq oraliqlar ($\emptyset$ bilan)	yo‘q	yo‘q	ha

3-topshiriq. “Hukm – dalil” juftliklarini aniqlang. A: “Har bir halqa kesishmaga yopiq”; B: “$A \cap B = A \setminus (A \setminus B)$”; C: “Har bir halqa algebradir”; D: “Chekli qism to‘plamlar halqasi universal cheksiz to‘plamni o‘z ichiga olmaydi”. To‘g‘ri juftliklar A-B va C ga qarshi misol sifatida D dir. Talabalardan A ning isbotini, C ning rad etilishini yozma ravishda talab qilish lozim.

4-topshiriq. Xatoni toping va tuzating. “Agar $\mathcal{S}$ kesishmaga yopiq bo‘lsa, u halqa bo‘ladi”. Bu mulohaza noto‘g‘ri: kesishmaga yopiqlik birlashma va ayirmaga yopiqlikni ta’minlamaydi. Masalan, yuqoridagi yarim ochiq oraliqlar oilasi kesishmaga yopiq, biroq birlashmaga yopiq emas. Ikkinchi xato: “Har qanday halqa komplementga yopiq”. Komplement X ga nisbatan olinadi va $X \in \mathcal{R}$ sharti bo‘lmasa, xulosa kelib chiqmaydi.

5-topshiriq. Mustaqil konstruksiya. $X = \{1,2,3\}$ uchun $\mathcal{R} = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1,2\}\}$ sistemasining halqa ekanini tekshiring. Bu sistema $\{1,2\}$ ning barcha qism to‘plamlari oilasi bo‘lgani sababli birlashma va ayirmaga yopiq. Ammo $X \notin \mathcal{R}$; demak, X ga nisbatan algebra emas. Endi $\mathcal{R}$ ga X ni qo‘shishning o‘zi algebra hosil qiladimi? Yo‘q: $X \setminus \{1\} = \{2,3\}$ ham kiritilishi kerak. Bu savol algebra hosil qilish g‘oyasiga olib keladi.

6-topshiriq. Qo‘shimcha tadqiqiy savol. $\mathcal{R}$ halqa bo‘lsin. $\mathcal{R}$ dagi ixtiyoriy A, B uchun $A \triangle B \in \mathcal{R}$ ekanini ikki usulda isbotlang: (i) ayirmalar birlashmasi orqali; (ii) $(A \cup B) \setminus (A \cap B)$ tengligi orqali. Ikkinchi isbotda avval kesishmaga yopiqlik o‘rnatiladi. Bu vazifa bir natijaga turli mantiqiy yo‘llar bilan kelish ko‘nikmasini rivojlantiradi.

80 DAQIQALIK AMALIY MASHG‘ULOT MODELI

Bosqich	Vaqt	O‘qituvchi va talaba faoliyati
Tayyorgarlik va yo‘riqnoma	10 daq.	Maqsad, mezon va qoidalar tushuntiriladi; 3-4 kishilik guruhlar tuziladi.
Kartochkalarni taqsimlash	5 daq.	Guruhlarga A/B kartochkalar va javob varaqalari beriladi.
Mustaqil tahlil	25 daq.	1-3-topshiriqlar bajariladi; har bir moslik uchun asos yoziladi.
Tekshirish va isbot	25 daq.	Guruhlar dalillarni taqdim etadi; 4-6-topshiriqlar muhokama qilinadi.
Refleksiya va baholash	15 daq.	Xatolar tahlili, individual chiqish testi va o‘z-o‘zini baholash.

Mashg‘ulot boshlanishida qisqa diagnostika o‘tkaziladi: “$A \cap B$ ni faqat ayirma orqali yozing”, “Chekli to‘plamlar oilasi algebra bo‘ladimi?”, “Yarimhalqada ayirma

(cc) BY

qanday ifodalanadi?". Yakunida mazmunan ekvivalent, lekin boshqa misollarga asoslangan uch savol beriladi. Bu usul o‘quv natijasini bir mashg‘ulot doirasida kuzatishga yordam beradi.

Guruhda rollar almashib turishi lozim: muvofiqlashtiruvchi, isbotchi, tekshiruvchi va taqdimotchi. Bunda bitta faol talabaning barcha ishni bajarib qo‘yishi cheklanadi. O‘qituvchi tayyor javobni darhol aytmay, "qaysi aksiomadan foydalandingiz?", "qarshi misol bormi?" kabi yo‘naltiruvchi savollar beradi.

BAHOLASH MEZONLARI VA NATIJALARNI TAHLIL QILISH

Mezon	Maksimal ball	Kuzatiladigan ko‘rsatkich
Moslikning to‘g‘riligi	4	Ta’rif, xossa va formula juftliklari to‘g‘ri topilgan.
Matematik asoslash	3	Yopiqlik yoki tenglik dalillar bilan izohlangan.
Kontrmisol va xato tahlili	2	Noto‘g‘ri hukm asosli rad etilgan.
Muloqot va taqdimot	1	Guruh xulosasi aniq matematik tilda ifodalangan.
Jami	10	Individual natija va guruh faoliyati alohida qayd etiladi.

Baholashda faqat to‘g‘ri juftliklar sonini sanash yetarli emas. Masalan, tasodifan to‘g‘ri topilgan javob bilan dalil asosida topilgan javobni farqlash zarur. Shu sababli moslashtirish ballining bir qismi matematik asoslashga ajratiladi. O‘qituvchi xatolarni "aksiomani chalkashtirish", "universal to‘plamni noto‘g‘ri tanlash", "yarimhalqa ayirmasini noto‘g‘ri talqin qilish" kabi toifalarda qayd etishi mumkin.

Metod samaradorligini kelgusida tekshirish uchun ikki parallel guruhda bir xil kirish va yakuniy testlarni qo‘llash, mavzu bo‘yicha boshlang‘ich tayyorgarlikni hisobga olish va natijalarni anonim kodlar orqali solishtirish taklif etiladi. Masalan, har bir guruhda o‘rtacha o‘sish $\Delta = \overline{x}_{\text{yakuniy}} - \overline{x}_{\text{boshlang‘ich}}$ formula bilan hisoblanadi; guruhlararo farq esa mos statistik usul bilan tahlil qilinadi. Bunday tekshiruv amalga oshirilmaguncha metod natijasida o‘zlashtirish ma’lum foizga oshgani haqida qat’iy xulosa chiqarish mumkin emas.

Asl tezisda o‘zlashtirish 28-30% oshgani qayd etilgan, ammo ishtirokchilar soni, tajriba dizayni, dastlabki va yakuniy o‘lchovlar ko‘rsatilmagan. Shu sababli mazkur kengaytirilgan maqolada bu raqam empirik natija sifatida ishlatilmaydi. Buning o‘rniga kelgusida takrorlanadigan pedagogik tajriba uchun aniq baholash sxemasi taqdim etildi.

MUHOKAMA: METODNING IMKONIYATLARI VA CHEKLOVLARI

Moslashtirish usulining asosiy afzalligi tushunchalar o‘rtasidagi bog‘lanishlarni ixcham ko‘rinishda taqdim etishidir. Ayniqsa, halqa, yarimhalqa va algebra kabi bir-biriga yaqin atamalarni farqlashda u o‘quvchining e’tiborini aksiomalarga qaratadi. Biroq moslikni topishning o‘zi matematik bilimning chuqurligini kafolatlamaydi:

(cc) BY

talaba javobni yodlab olishi yoki taxmin qilishi mumkin. Shu bois har bir muhim moslik uchun isbot, izoh yoki kontrmisol talab qilinadi.

Yana bir cheklov shundaki, bir nechta tasnif bir vaqtning o‘zida to‘g‘ri bo‘lishi mumkin. Masalan, har qanday algebra halqa hamdir; har qanday halqa esa qabul qilingan ta’rifga ko‘ra yarimhalqa shartlarini ham bajaradi. Shuning uchun “eng aniq tavsif” mezoni yoki ko‘p tanlovli jadval oldindan belgilanishi kerak. Bunday didaktik aniqlik nafaqat baholash adolatini, balki matematik mantiqni ham mustahkamlaydi.

Metodni raqamli shaklda ham qo‘llash mumkin: elektron kartochkalar, aralashtirilgan variantlar va avtomatik dastlabki tekshiruv vaqtni tejaydi. Shunga qaramay, isbotni mazmunan baholashda o‘qituvchining izohi muhim bo‘lib qoladi. Raqamli vosita pedagogik maqsadga xizmat qilishi, uning o‘rnini bosmasligi lozim.

XULOSA

“To‘plamlar halqasi” mavzusida “Mosini top” metodidan foydalanish ta’riflar, amallar, xossalar, misollar va kontrmisollarni yagona mantiqiy tizimda ko‘rib chiqish imkonini beruvchi metodik yondashuv sifatida ishlab chiqildi. Maqolada halqaning kesishma va simmetrik ayirmaga yopiqligi isbotlandi, halqa-yarimhalqa-algebra munosabatlari aniq misollar orqali yoritildi, olti turdagi topshiriq, dars ssenariysi va baholash mezonlari taklif etildi.

Amaliy tavsiya sifatida moslashtirishni oddiy ta’rifni tanish bosqichidan boshlash, keyin isbot va kontrmisolga o‘tish, guruhiy muhokamani individual yakuniy tekshiruv bilan to‘ldirish maqsadga muvofiq. Metodning real samaradorligi esa kelgusida nazoratli pedagogik tajriba orqali aniqlanishi lozim.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Freeman S., Eddy S. L., McDonough M. et al. Active learning increases student performance in science, engineering, and mathematics. Proceedings of the National Academy of Sciences. 2014. 111(23). P. 8410-8415.

2. National Research Council. How People Learn: Brain, Mind, Experience, and School: Expanded Edition. Washington, DC: National Academies Press, 2000.

3. Rasulov T.H., Rasulov X.R. Methodical recommendations for teaching the department of functions with limited variability // Scientific progress. 2:1 (2021), pp. 559-567.

4. Rasulov T.Kh. Innovative technologies for studying the topic of linear integral equations // Science, technology and education 73:9 (2020), pp. 74-76.

5. Расулов Т.Х. Асимптотика дискретного спектра одного модельного оператора, ассоциированного с системой трех частиц на решетке // Теоретическая и математическая физика. 163:1 (2010), С. 34-44.

6. Расулов Т.Х., Дилмуродов Э.Б. Бесконечность числа собственных значений операторных (2x2)-матриц. Асимптотика дискретного спектра // Теоретическая и математическая физика 205:3 (2020), 368-390.

7. Rasulov T.H., Dilmurodov E.B. Essential spectrum of a 2x2 operator matrix and the Faddeev equation // European science 51:2 (2020), pp.7-10.

8. Rasulov T.Kh. On branches of the essential spectrum of the lattice spin-boson model with at most two photons // Teoret. Mat. Fiz. 186:2 (2016), pp. 293-310.

9. Lakaev S.N., Rasulov T.Kh. Efimov's effect in a model of perturbation theory of the essential spectrum // Functional Analysis and its Applications 37:1 (2003), pp. 69-71.

10. Бахронов Б.И., Мансуров Т.З. Вычисление существенного спектра обобщенной модели Фридрихса в системе MAPLE // Наука, техника и образование. 2-2 :77 (2021), стр. 35-38.

11. Dilmurodov E.B., Bahronov B.I., Khayitova Kh.G., Kurbonov G.G., Norchayev R.T. On the eigenvalues of the lattice spin-boson model with at most one photon // E3S Web of Conferences. 587 (2024), art. no. 01002.

12. Bahronov B., Ashurova D., Bobokulov O., Navruzova M., Ikramova A. Spectrum of Friedrichs models tensor sum // AIP Conference Proceedings 3498:1 (2026), art. no. 050045.

13. Jurakulova F. Estimates for the lower and upper bounds of the essential spectrum of a 3x3 operator matrix // AIP Conf. Proc. 3377:1 (2025), art. no. 030018.

14. Ismoilova D.E. To'rt o'lchamli qo'zg'alishga ega ikki kanalli molekulyar-rezonans modelining muhim va diskret spektrlari // Scientific progress. 2:3 (2021), 44-50 b.

15. Ismoilova D.E. To'rt o'lchamli qo'zg'alishga ega ikki kanalli molekulyar-rezonans modelining rezolventasi // Scientific progress. 2:3 (2021), 143-152 b.

16. Tosheva N.A., Ismoilova D.E. Ikki kanalli molekulyar-rezonans modelining sonli tasviri // Scientific progress. 2:1 (2021), 1421-1428 b.