"O‘zgarishi chegaralangan funksiyalar" mavzusini o‘qitishda "zinama-zina" metodini qo‘llash texnologiyasi va ilmiy-uslubiy asoslari

Bekzod Bahronov
Buxoro davlat universiteti

Annotatsiya: Ushbu maqolada oliy ta'limning matematik analiz va haqiqiy o‘zgaruvchili funksiyalar nazariyasi kurslarida "O‘zgarishi chegaralangan funksiyalar" mavzusini o‘qitishning bosqichli metodik modeli taklif etiladi. To‘la o‘zgarishning bo‘linishlar orqali aniqlanishi, monoton va bo‘lakli monoton funksiyalarning variatsiyasi, additivlik, Jordan ajratilishi hamda hosila orqali hisoblash formulasi qat'iy matematik izohlar bilan bayon qilinadi. "Zinama-zina" yondashuvi besh didaktik bosqichga ajratilib, har bir bosqich uchun kutiladigan natija, amaliy topshiriq, muammoli savol va baholash mezoni ishlab chiqiladi. Xususan, uzluksiz, ammo o‘zgarishi chegaralanmagan funksiya uchun konstruktiv kontrmisol yordamida talabalarning noto‘g‘ri umumlashtirishlarini bartaraf etish yo‘li ko‘rsatiladi. Maqola nazariy-metodik va loyihaviy xarakterga ega; taklif etilgan texnologiyaning empirik samaradorligini baholash uchun tadqiqot dizayni beriladi, tasdiqlanmagan statistik natijalar keltirilmaydi.

Kalit so‘zlar: o‘zgarishi chegaralangan funksiya, to‘la variatsiya, Jordan teoremasi, monoton funksiya, zinama-zina metodi, bosqichli o‘qitish, matematik isbot, formativ baholash

Technology and Scientific-Methodological Foundations for Applying the "Step-by-Step" Method in Teaching the Topic of "Functions of Bounded Variation"

Bekzod Bahronov
Bukhara State University

Abstract: This article proposes a staged instructional framework for teaching functions of bounded variation in undergraduate mathematical analysis and real-variable function theory. It examines the definition of total variation via partitions, variation of monotone and piecewise monotone functions, additivity, Jordan decomposition, and the derivative-based formula, with rigorous mathematical explanations. The "Step-by-step" approach is organized into five instructional stages,

(cc) BY

each linked to learning outcomes, worked problems, guiding questions, and assessment criteria. A constructive example of a continuous function with unbounded variation is used to address common conceptual misconceptions. The paper is theoretical and instructional in nature; it outlines a design for future empirical evaluation without reporting unsupported effectiveness statistics.

Keywords: bounded variation, total variation, Jordan decomposition, monotone function, step-by-step instruction, interactive teaching, mathematical proof, formative assessment

KIRISH

Oliy ta'limda matematik analizni o'zlashtirish faqat hisoblash algoritmlarini bilish bilan cheklanmaydi. Talaba berilgan tushuncha uchun zarur va yetarli shartlarni farqlashi, ta'rifni misollarga tatbiq etishi, qarshi misol qurishi va teorema isbotidagi mantiqiy bog'lanishlarni izchil tushuntira olishi lozim. Ayniqsa, haqiqiy o'zgaruvchili funksiyalar nazariyasida bitta tashqi belgi - masalan, uzluksizlik yoki chegaralanganlik - boshqa murakkab xossaga avtomatik olib kelmasligini anglash katta ahamiyatga ega.

"O'zgarishi chegaralangan funksiyalar" mavzusi Riman-Stiltes integrali, monoton funksiyalar, to'g'rilanuvchi egri chiziqlar va Furye qatorlarining ayrim yaqinlashish masalalari bilan mazmunan bog'liq. Ushbu mavzuning asosiy murakkabligi shundaki, to'la o'zgarish bitta bo'linish bo'yicha yig'indi emas, balki barcha chekli bo'linishlar bo'yicha olingan aniq yuqori chegaradir. Talaba bitta misolda cheklangan yig'indi chiqishidan umumiy variatsiya chekli ekanini xulosa qila olmaydi; buning uchun barcha bo'linishlarga tatbiq etiladigan baho kerak.

Ko'p uchraydigan didaktik qiyinchiliklar quyidagilar: monotonlikni o'zgarishi chegaralanganlik bilan aynan bir narsa deb tushunish; chegaralangan funksiya albatta chegaralangan variatsiyaga ega deb o'ylash; modul ostidagi hosila integralini hosilaning oddiy integraliga almashtirish; Jordan teoremasining zaruriy va yetarlilik tomonlarini farqlamaslik. Bular mavzuni faqat izchil ma'ruza orqali emas, balki talabaning har bir tushunchani kichik mantiqiy qadamlarda mustaqil tekshirishi orqali o'zlashtirishini taqozo etadi.

Tadqiqot maqsadi - "Zinama-zina" interfaol metodiga tayangan holda mavzuning nazariy mazmuniga mos bosqichli dars texnologiyasini ishlab chiqish va uni matematik jihatdan asoslangan topshiriqlar hamda shaffof baholash mezonlari bilan ta'minlash. Tadqiqot obyekti - oliy ta'limda matematik analizni o'qitish jarayoni; predmeti - chegaralangan variatsiya mavzusidagi nazariy va amaliy bilimlarni bosqichli shakllantirishning didaktik vositalari.

1. ADABIYOTLAR TAHLILI VA TADQIQOT METODOLOGIYASI

Chegaralangan variatsiya bilan bog'liq ta'rif, misol va teoremalar haqiqiy analiz adabiyotlarining muhim qismini tashkil etadi [1, 2]. Mazkur manbalar matematik

(cc) BY

xulosalarning qat'iyligini ta'minlashda, ayniqsa, bo'linishlar, monotonlik va integrallanuvchanlik orasidagi munosabatlarni tushuntirishda tayanch bo'lib xizmat qiladi. Shu bilan birga, matematik mazmunni bilish va uni turli tayyorgarlik darajasidagi talabalarga tushunarli yetkazish o'zaro bog'liq, ammo alohida vazifalardir.

Wood, Bruner va Rossning yordamni o'quvchi ehtiyojiga mos ravishda bosqichma-bosqich tashkil etish haqidagi tadqiqoti [3] murakkab masalani yordamchi amallarga ajratish g'oyasini tushunishga xizmat qiladi. Faol o'qitish bo'yicha Freeman va hammualliflarining umumlashtiruvchi tadqiqoti [4] talabani muhokama, masala yechish va tekshirishga jalb etishning umumiy ahamiyatini ko'rsatadi. Biroq mazkur manbalardan aynan "Zinama-zina" metodining ushbu mavzuda belgilangan foizdagi samaradorligi isbotlangan degan xulosa kelib chiqmaydi.

[5] maqolada o'zgarishi chegaralangan funksiyalarning to'la variatsiyasini hisoblashga oid formulalar keltirib chiqarilgan hamda ularning qo'llanilishi tegishli misollar yordamida izohlangan. [6] maqolada chiziqli integral tenglamalar bo'limini o'qitish jarayonida qo'llaniladigan pedagogik metodlar va ularning ta'lim samaradorligini oshirishdagi ahamiyati yoritilgan. [7-11] hamda [12-17] maqolalarda esa panjaraviy modellarning spektral xossalarini tadqiq etishda o'zgarishi chegaralangan funksiyalarning fundamental xususiyatlaridan foydalanilgan.

Maqolada nazariy tahlil, didaktik modellashtirish, misol va kontrmisollarni konstruksiyalash, topshiriqlarni murakkablik bo'yicha saralash hamda mezonli baholash usullaridan foydalaniladi. Samaradorlikni amalda tekshirish uchun taklif etilgan dizayn alohida ko'rsatiladi. Raqamli natijalar o'rniga kuzatilishi va o'lchanishi mumkin bo'lgan ta'lim natijalari belgilanishi metodik xulosalarning tekshiriluvchanligini oshiradi.

2. O'ZGARISHI CHEGARALANGAN FUNKSIYALARNING MATEMATIK ASOSLARI

Ta'rif va xossalar. $[\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}]$ kesmada aniqlangan $\boldsymbol{f}: [\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}] \to \mathbb{R}$ funksiya va uning ixtiyoriy chekli bo'linishi

$$P: \quad a = x_0 < x_1 < \cdots < x_n = b$$

berilgan bo'lsin. Shu bo'linish bo'yicha variatsiya yig'indisi

$$v(f, P) = \sum_{i=1}^{n} |f(x_i) - f(x_{i-1})|$$

ko'rinishda aniqlanadi.

Ta'rif. Agar $v(f, P)$ yig'indilar barcha chekli bo'linishlar bo'yicha yuqoridan chegaralangan bo'lsa, f funksiya $[a, b]$ da *o'zgarishi chegaralangan* deyiladi. Uning to'la o'zgarishi (to'la variatsiyasi)

$$V_a^b(f) = \sup_P v(f, P) < \infty$$

(cc) BY

formula bilan aniqlanadi. Mazkur ta'rifdagi $\sup_P$ belgisi didaktik jihatdan alohida izohlanishi kerak: ba'zi bo'linishlar uchun yig'indi kichik chiqishi, boshqa bo'linishlar uchun ham kichik chiqishini kafolatlamaydi. Bo'linishga yangi nuqta qo'shilganda uchburchak tengsizligiga asosan variatsiya yig'indisi kamaymaydi.

1-xossa (chegaralanganlik). Agar $V_a^b(f) < \infty$ bo'lsa, f chegaralangan. Haqiqatan, ixtiyoriy $x \in [a,b]$ uchun $\{a, x, b\}$ bo'linishining tegishli qismidan

$$|f(x) - f(a)| \le V_a^b(f), \qquad |f(x)| \le |f(a)| + V_a^b(f)$$

kelib chiqadi. Teskarisi umumiy holda noto'g'ri: keyingi bo'limda hatto uzluksiz va chegaralangan funksiyaning variatsiyasi cheksiz bo'lishi ko'rsatiladi.

2-xossa (monotonlik). Agar f monoton o'suvchi yoki kamayuvchi bo'lsa, ketma-ket qiymatlar ayirmalarining ishorasi o'zgarmaydi. Yig'indi teleskopik ravishda qisqaradi:

$$V_a^b(f) = |f(b) - f(a)|.$$

3-xossa (additivlik). Har qanday $c \in (a,b)$ uchun

$$V_a^b(f) = V_a^c(f) + V_c^b(f).$$

4-xossa (chiziqli kombinatsiya). f, g o'zgarishi chegaralangan va $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ bo'lsa,

$$V_a^b(\alpha f + \beta g) \le |\alpha| V_a^b(f) + |\beta| V_a^b(g).$$

Bu tengsizlikni har bir bo'linishdagi yig'indiga uchburchak tengsizligini qo'llab, keyin aniq yuqori chegaraga o'tish orqali olish mumkin.

Jordan teoremasi. f funksiya $[a,b]$ da o'zgarishi chegaralangan bo'lishi uchun uni ikkita monoton kamaymaydigan funksiyaning ayirmasi ko'rinishida ifodalash mumkin bo'lishi zarur va yetarlidir. Zaruriylikni tushuntirish uchun $v(x) = V_a^x(f)$ deb belgilab,

$$p(x) = \frac{v(x) + f(x) - f(a)}{2}, \qquad q(x) = \frac{v(x) - f(x) + f(a)}{2}$$

funksiyalarni kiritamiz. Agar $x < y$ bo'lsa, $v(y) - v(x) \ge |f(y) - f(x)|$; bundan $p(y) \ge p(x)$ va $q(y) \ge q(x)$ kelib chiqadi. Shu bilan birga,

$$f(x) = f(a) + p(x) - q(x).$$

Demak, doimiy funksiyani monoton tarkiblardan biriga qo'shish orqali kerakli ayirma olinadi. Yetarlilikda esa ikki monoton funksiya variatsiyalarining chekli bo'lishi va 4-xossa qo'llaniladi. Talaba uchun asosiy didaktik savol: *nima sababdan* $v(y) - v(x)$ *ayirmaning modulidan kichik bo'la olmaydi?*

Agar $f \in C^1[a,b]$ bo'lsa, to'la variatsiya quyidagicha hisoblanadi:

$$V_a^b(f) = \int_a^b |f'(x)|\, dx.$$

Bu formula $f' \ge 0$ yoki $f' \le 0$ bo'lgan oraliqlarda yuqoridagi monotonlik xossasi bilan muvofiqlashadi. Muhim metodik ogohlantirish: $\int_a^b f'(x)\, dx = f(b) - f(a)$ sof

(cc) BY

o‘zgarishni beradi; $\int_a^b |f'(x)|\,dx$ esa yo‘nalish almashishlarini ham hisobga oladigan *to‘la* o‘zgarishdir.

Chegaralangan variatsiyali funksiya kesmada chegaralangan va uzilish nuqtalari ko‘pi bilan sanoqli bo‘lgani uchun Riman ma’nosida integrallanuvchi bo‘ladi. Biroq bunday funksiya albatta uzluksiz bo‘lishi shart emas. Shunday qilib, talaba uchta xossani bir-biridan aniq ajratishi lozim: uzluksizlik, Riman integrallanuvchanlik va chegaralangan variatsiya.

3. “ZINAMA-ZINA” METODINING DIDAKTIK KONSEPSIYASI

“Zinama-zina” - o‘quv maqsadlarini kichik, tekshiriladigan va o‘zaro mantiqiy bog‘langan bosqichlarga ajratib o‘qitish usuli. Mazkur yondashuvda har bir keyingi vazifa avvalgi bosqichda shakllangan bilimga tayanadi. Darsda pastki zinadan yuqoriga ko‘tarilish faqat vaqt ketma-ketligi emas, balki ta’rifni tushunish → hisoblash → xossani isbotlash → kontrmisolni tahlil qilish → yangi vaziyatda qo‘llash mantiqiy o‘tishidir.

Birinchi bosqichda talaba kesmani bo‘lish va monotonlikni eslaydi; ikkinchisida variatsiya yig‘indisi bilan aniq yuqori chegarani farqlaydi; uchinchisida integral va additivlikdan foydalanadi; to‘rtinchisida mustaqil kontrmisol yordamida noto‘g‘ri fikrni rad etadi; beshinchisida esa o‘z yechimini himoya qiladi va xatolarini tuzatadi. Mazkur izchillikning vazifasi isbotni yodlatish emas, balki xulosaga olib keluvchi har bir qadamning sababini talabaga anglatishdir.

Maqolada metodning besh bosqichi 80 daqiqalik amaliy mashg‘ulot doirasida loyihalashtiriladi. Har bir pog‘onada o‘qituvchining yordami bir xil bo‘lmaydi: dastlab namunaviy yechim va tayanch savollar ko‘proq beriladi, keyingi bosqichlarda esa o‘quvchining mustaqilligi ortadi. Xato javob jazolash obyekti emas, balki navbatdagi tushuntirish uchun diagnostik axborot sifatida qaraladi [3, 5].

80 daqiqalik darsning texnologik xaritasi.

1-zina - tayanch bilim (10 daqiqa). O‘qituvchi monotonlik, bo‘linish va modulga oid tezkor savollar beradi. Talaba asosiy ta’riflarni va belgilashlarni izohlaydi.

2-zina - elementar variatsiya (20 daqiqa). O‘qituvchi monoton va bo‘lakli monoton funksiyalarga misollar beradi. Talaba har bir oraliqda variatsiyani hisoblab, natijalarni qo‘shadi.

3-zina - integral tatbiqi (25 daqiqa). O‘qituvchi hosilaning ishorasi o‘zgaradigan nuqtalarni topishga yo‘naltiradi. Talaba modul ostidagi integralni hisoblaydi.

4-zina - muammoli keys (15 daqiqa). O‘qituvchi uzluksizlik va variatsiyaning chekli bo‘lishi o‘rtasidagi farqni muhokama qildiradi. Talaba kontrmisolni qat’iy asoslaydi.

5-zina - refleksiya (10 daqiqa). O‘qituvchi mezon asosida yakuniy baholash va teskari aloqani tashkil etadi. Talaba o‘z yechimidagi xatoni topib, tuzatilgan isbotni yozadi. Tashkiliy jihatdan 1-2-zinalarni juftlikda, 3-4-zinalarni kichik guruhlarda, 5-

(cc) BY

zinani esa individual o‘tkazish qulay. Har bir o‘quv mahsuliga qisqa yozma qayd biriktiriladi: natija, asoslash va ishlatilgan matematik xossa. Bu orqali o‘qituvchi yakuniy javob to‘g‘ri bo‘lgan taqdirda ham usulning noto‘g‘ri qo‘llanganini aniqlay oladi.

4. BOSQICHLI AMALIY TOPSHIRIQLAR VA ULARNING TO‘LIQ YECHIMLARI

1-topshiriq. Monoton funksiyaning variatsiyasi. $f(x) = 3x + 1$ funksiyaning $[0,2]$ dagi to‘la o‘zgarishini toping. Yechish. $f'(x) = 3 > 0$, demak, funksiya monoton o‘suvchi. Shuning uchun

$$V_0^2(f) = f(2) - f(0) = 7 - 1 = 6.$$

Metodik natija: talaba har bir bo‘linishda yig‘indi bir xil natijaga keltirilishini tushunadi, monotondagi teleskopik yig‘indini qo‘llaydi.

2-topshiriq. Bo‘lakli monoton funksiya. $f(x) = x^2 - 2x$ ning $[0,3]$ dagi variatsiyasini hisoblang. Yechish. $f'(x) = 2x - 2$, shuning uchun funksiya $[0,1]$ da kamayadi va $[1,3]$ da o‘sadi. Chegaraviy qiymatlar $f(0) = 0$, $f(1) = -1$, $f(3) = 3$. Aditivlikka ko‘ra,

$$V_0^3(f) = |f(1) - f(0)| + |f(3) - f(1)| = 1 + 4 = 5.$$

Metodik savol: nega $|f(3) - f(0)| = 3$ to‘la variatsiyaga teng emas? Talaba funksiyaning avval pasayib, keyin o‘sgan qismlarini ham hisobga olish zarurligini aytishi kerak.

3-topshiriq. Trigonometrik funksiya. $f(x) = \sin x$ funksiyaning $[0,2\pi]$ dagi to‘la o‘zgarishini ikki usulda hisoblang. Birinchi usulda $0, \pi/2, 3\pi/2, 2\pi$ nuqtalari monotonlik oraliqlarini belgilaydi va

$$V_0^{2\pi}(f) = |1 - 0| + |-1 - 1| + |0 + 1| = 4.$$

Ikkinchi usulda $f'(x) = \cos x$ bo‘lib,

$$V_0^{2\pi}(f) = \int_0^{2\pi} |\cos x| \, dx = 4.$$

Metodik natija: ikki xil yondashuvni taqqoslash formulalarning mazmuniy birligini ochadi. Talabadan integraldagi modulni olib tashlash nima uchun xato ekanini izohlash so‘raladi.

4-topshiriq. Murakkabroq ko‘phad. $f(x) = x^3 - 3x$ funksiyaning $[-2,2]$ dagi variatsiyasini aniqlang. Hosila $f'(x) = 3(x^2 - 1)$ nolga $x = -1$ va $x = 1$ da teng. Qiymatlar: $f(-2) = -2$, $f(-1) = 2$, $f(1) = -2$, $f(2) = 2$. Shuning uchun

$$V_{-2}^2(f) = 4 + 4 + 4 = 12.$$

Bu misolda talaba avvalo kritik nuqtalarni topishi, so‘ng ular berilgan kesma ichida ekanini tekshirishi va faqat shundan keyin variatsiyani hisoblashga o‘tishi kerak.

5-topshiriq. Uzlukli, lekin variatsiyasi chekli funksiya.

(cc) BY

$$f(x)=\begin{cases}0, & 0\le x<\dfrac{1}{2},\\ 1, & \dfrac{1}{2}\le x\le 1.\end{cases}$$

Funksiya $x=1/2$ da uziladi. Ammo istalgan bo‘linishdagi qo‘shni qiymatlar ayirmalari yig‘indisi ko‘pi bilan 1 ga teng, mazkur sakrashni qamragan bo‘linishda esa aynan 1 bo‘ladi. Demak, $V_0^1(f)=1$. Xulosa: chegaralangan variatsiyalilikdan uzluksizlik kelib chiqmaydi.

6-topshiriq. Uzluksiz, ammo variatsiyasi chegaralanmagan funksiya. Quyidagini qaraymiz:

$$f(x)=\begin{cases}x\sin\dfrac{1}{x^2}, & 0<x\le 1,\\ 0, & x=0.\end{cases}$$

$|f(x)|\le x$ bo‘lgani sababli funksiya $x=0$ da ham uzluksiz. Endi

$$x_n=\left(\frac{\pi}{2}+n\pi\right)^{-1/2},\qquad n=0,1,2,\dots$$

nuqtalarni olamiz. Ular $x_n\downarrow 0$ va $f(x_n)=(-1)^n x_n$ tengliklarni qanoatlantiradi. $0, x_N, \dots, x_1, x_0, 1$ nuqtalari bo‘linish hosil qiladi. Shu bo‘linish uchun

$$v(f,P_N)\ge\sum_{n=0}^{N-1}|f(x_n)-f(x_{n+1})|=\sum_{n=0}^{N-1}(x_n+x_{n+1}).$$

Bu yig‘indi $\sum n^{-1/2}$ qatorining mos qism yig‘indilaridan pastdan baholanadi va cheksizlikka intiladi. Natijada

$$V_0^1(f)=+\infty.$$

Metodik natija: talaba “uzluksiz ⇒ variatsiyasi chekli” degan noto‘g‘ri mulohazani oddiy fikr bilan emas, aniq bo‘linishlar ketma-ketligi yordamida rad etishni o‘rganadi.

7-topshiriq. Grafik uzunligi bilan bog‘lash. f o‘zgarishi chegaralangan bo‘lsa, x o‘qi yo‘nalishidagi bo‘laklar ham hisobga olingan grafikning har qanday ichki siniq chizig‘i uzunligi

$$L(P)=\sum_{i=1}^{n}\sqrt{(x_i-x_{i-1})^2+\big(f(x_i)-f(x_{i-1})\big)^2}$$

uchun $\sqrt{u^2+v^2}\le|u|+|v|$ tengsizlikdan

$$L(P)\le(b-a)+v(f,P)\le(b-a)+V_a^b(f)$$

kelib chiqadi. Demak, siniq chiziqlar uzunliklari yuqoridan chegaralangan. Agar f uzluksiz bo‘lsa, uning grafigi to‘g‘rilanuvchi egri chiziq bo‘ladi. Uzlukli holatda esa yuqoridagi baho grafik nuqtalarini tutashtiruvchi siniq chiziqlarga tegishlidir. Ushbu topshiriq mavzuning geometriya bilan fanlararo bog‘lanishini ko‘rsatadi.

(cc) BY

5. XATOLAR DIAGNOSTIKASI VA DIFFERENSIALLASHTIRILGAN BAHOLASH

Bosqichli metodning sifatini faqat misolning javobi bilan baholash yetarli emas. Masalan, talabalar $V_0^3(x^2-2x)=5$ ni yoddan aytishi mumkin, lekin ekstremum nuqtasini kiritish sababini tushuntira olmasligi ehtimoldan xoli emas. Shu bois baholashda formulani to‘g‘ri tanlash, yechimni mantiqiy ketma-ketlikda qurish, shartlarni tekshirish, kontrmisoldan foydalanish va og‘zaki yoki yozma asoslash alohida ko‘rsatkich sifatida olinadi [5].

Baholash (maksimal 20 ball). Har bir mezon 0 dan 4 ballgacha baholanadi:

1-mezon - ta’rif va belgilash (0-4 ball). 0 ball: ta’rifni ajrata olmaydi; 1-2 ball: qisman to‘g‘ri ifodalaydi; 3-4 ball: sup va bo‘linishning rolini to‘liq izohlaydi.

2-mezon - hisoblash (0-4 ball). 0 ball: yechim yo‘q yoki noto‘g‘ri; 1-2 ball: algoritm qisman to‘g‘ri; 3-4 ball: monotonlikni tekshirib, variatsiyani aniq hisoblaydi.

3-mezon - isbot va asoslash (0-4 ball). 0 ball: asossiz natija; 1-2 ball: asoslashda mantiqiy bo‘shliq bor; 3-4 ball: har qadamni tegishli teorema yoki xossaga bog‘laydi.

4-mezon - kontrmisol (0-4 ball). 0 ball: noto‘g‘ri xulosa; 1-2 ball: misol topadi, ammo isboti to‘liq emas; 3-4 ball: uzluksizlik va cheksiz variatsiyani qat’iy asoslaydi.

5-mezon - refleksiya (0-4 ball). 0 ball: xatoni aniqlamaydi; 1-2 ball: tashqi yordam bilan tuzatadi; 3-4 ball: xatoni mustaqil topadi va izohlaydi. Har bir mezon 0 dan 4 gacha baholanib, umumiy maksimal natija 20 ballni tashkil etadi. 0, 1, 2, 3 va 4 ball uchun batafsil deskriptorlar o‘qituvchi tomonidan mashg‘ulot boshlanishidan oldin talabalarga taqdim etiladi. Jadvaldagi oraliq ballar mavzuni tushuntirishda qulay bo‘lgan umumiy yo‘riqnoma bo‘lib, yakuniy muassasaviy reyting tizimini almashtirmaydi.

Tabaqalashtirish quyidagicha taklif etiladi: boshlang‘ich darajada monoton funksiya; o‘rta darajada bo‘lakli monotonlik va integral; yuqori darajada Jordan ajratilishi hamda cheksiz variatsiya kontrmisoli. Dastlabki testda qiynalgan talabaga faqat tayyor formula berilmaydi; masalan, $\sin x$ uchun oraliqlarni tanlashda grafik yoki hosila ishoralari jadvali kabi yordamchi vosita qo‘llanadi. Murakkab vazifani to‘g‘ri bajargan talaba esa grafik uzunligi yoki funksiyalar kombinatsiyasi haqidagi umumiy baholarni mustaqil isbotlashga yo‘naltiriladi.

6. METOD SAMARADORLIGINI TEKSHIRISHNING TAVSIYA ETILGAN MODELI

Maqolada ishlab chiqilgan yondashuvning afzalliklarini nazariy jihatdan asoslash mumkin, ammo real samaradorligi maxsus pedagogik tajribasiz aniq foiz bilan ifodalanmaydi. Shu bois kelgusidagi tadqiqot uchun tajriba va nazorat guruhlarida bir xil boshlang‘ich diagnostika, mavzu bo‘yicha mazmunan ekvivalent yakuniy nazorat va kechiktirilgan takroriy test o‘tkazish tavsiya qilinadi. Guruhlar mazmun, dars vaqti

(cc) BY

hamda baholash mezonlari jihatidan taqqoslanadigan bo‘lishi kerak; asosiy farq bosqichli metodning izchil qo‘llanishida bo‘ladi.

Birinchi o‘lchov - konseptual tushunish: talaba $\sup_P$ belgisining rolini izohlaydimi, “chegaralangan” va “variatsiyasi chegaralangan” xossalarini chalkashtirmaydimi? Ikkinchi o‘lchov - hisoblash aniqligi: ekstremum nuqtalarini topish va modul ostidagi integralni to‘g‘ri hisoblash. Uchinchi o‘lchov - isbot madaniyati: qarshi misol va xossa isbotida to‘liq asos keltirish. To‘rtinchi o‘lchov - mustaqil transfer: avval ko‘rilmagan vaziyatda variatsiya tushunchasini qo‘llash.

Natijalarni solishtirishda boshlang‘ich va yakuniy baholar orasidagi o‘zgarish, mezonlar kesimidagi farqlar hamda talabalar yozma ishlari xatolarining turlari alohida tahlil qilinadi. Nazorat va tajriba guruhlarining dastlabki tayyorgarligi farq qilsa, bu farq tahlilda hisobga olinishi zarur. Metod samaradorligini bildiruvchi ishonchli xulosa faqat ishtirokchilar soni, baholash vositasi, tajriba sharoiti va hisoblash usuli ko‘rsatilganda chiqarilishi mumkin.

7. MUHOKAMA: METODNING IMKONIYATLARI VA CHEKLOVLARI

Taklif etilgan texnologiyaning ustunligi - mavhum ta’rifni avval aniq hisoblashda, so‘ng umumiy xossada, undan keyin esa qat’iy kontrmisolda ko‘rsatish imkoniyatidir. Xususan, birinchi ikki zinada muvaffaqiyatga erishgan talaba keyingi bosqichlarda matematik isbotga kirishish uchun tayanch malaka hosil qiladi. Guruhiy muhokama jarayonida turli yechimlarning qaysi qismi umumiy, qaysi qismi muayyan misolga bog‘liq ekani ochib beriladi.

Biroq qattiq bosqichlashtirishning cheklovi ham bor: barcha talabalar bir xil tezlikda harakatlanmaydi, ayrim kuchli talabalar sodda zinalarda ortiqcha to‘xtashi mumkin. Shu sababli tezkor diagnostikadan keyin yuqori darajadagi vazifalarga o‘tishga imkon berish va qiyinchilik sezganlar uchun qo‘shimcha tayanch savollar tayyorlash muhim. “Zinama-zina” metodini yagona yoki barcha mavzular uchun ustun usul deb qabul qilish o‘rniga, uni muammoli ta’lim, amaliy ishlash va individual teskari aloqa bilan uyg‘unlashtirish maqsadga muvofiq.

Shuningdek, har bir zina natijasi avvaldan aniqlanmagan bo‘lsa, metod faqat mashqlarni navbatma-navbat bajarishga aylanib qoladi. Shu sababli maqolada bosqichlar o‘rtasida mantiqiy ko‘prik, tekshiriladigan o‘quv mahsuli va konkret baholash mezoni birgalikda taklif qilindi. Mazkur elementlar metodning nazariy izchilligi va darsdagi boshqariluvchanligini mustahkamlaydi.

XULOSA

“O‘zgarishi chegaralangan funksiyalar” mavzusini o‘qitishda “Zinama-zina” metodiga asoslangan besh pog‘onali didaktik model ishlab chiqildi. Unda to‘la variatsiya ta’rifi, monotonlik, additivlik, Jordan ajratilishi, hosila orqali hisoblash formulasi va grafik uzunligi bilan bog‘liqlik o‘zaro izchil ketma-ketlikda o‘rganiladi.

(cc) BY

Yetti turdagi amaliy topshiriq oddiy hisoblashdan murakkab kontrmisolga tomon tuzildi; har bir topshiriqqa matematik yechim va kutiladigan o‘quv natijasi biriktirildi.

Amaliy mashg‘ulotlarda metodni qo‘llashda har bir zinani qisqa diagnostika bilan yakunlash, talabalarning xatolarini mazmuniga ko‘ra tasniflash va yuqori zinalarda isbot talabini kuchaytirish tavsiya etiladi. Tavsiya qilingan baholash rubrikasi va kelgusidagi eksperimental tekshiruv sxemasi mazkur yondashuvni takrorlanadigan hamda natijasi baholanadigan metodik loyiha sifatida qo‘llashga xizmat qiladi. Metodning sonli pedagogik samaradorligi esa alohida o‘tkaziladigan empirik tekshiruv predmeti bo‘lib qoladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Bartle R. G., Sherbert D. R. Introduction to Real Analysis. 4th ed. John Wiley & Sons, 2011.

2. Rudin W. Principles of Mathematical Analysis. 3rd ed. McGraw-Hill, 1976.

3. Wood D., Bruner J. S., Ross G. The role of tutoring in problem solving. Journal of Child Psychology and Psychiatry. 1976. Vol. 17, No. 2. P. 89-100.

4. Freeman S., Eddy S. L., McDonough M. et al. Active learning increases student performance in science, engineering, and mathematics. Proceedings of the National Academy of Sciences. 2014. Vol. 111, No. 23. P. 8410-8415.

5. Rasulov T.H., Rasulov X.R. Methodical recommendations for teaching the department of functions with limited variability // Scientific progress 2:1 (2021), pp. 559-567.

6. Rasulov T.Kh. Innovative technologies for studying the topic of linear integral equations // Science, technology and education 73:9 (2020), pp. 74-76.

6. Бахронов Б.И., Мансуров Т.З. Вычисление существенного спектра обобщенной модели Фридрихса в системе MAPLE // Наука, техника и образование. 2-2 :77 (2021), стр. 35-38.

7. Rasulov T.H. Investigations of the Essential Spectrum of a Hamiltonian in Fock Space // Applied Mathematics and Information Sciences, 4:3 (2010), pp. 395-412.

8. Bahronov B., Ashurova D., Bobokulov O., Navruzova M., Ikramova A. Spectrum of Friedrichs models tensor sum // AIP Conference Proceedings 3498:1 (2026), art. no. 050045.

9. Dilmurodov E.B., Bahronov B.I., Khayitova Kh.G., Kurbonov G.G., Norchayev R.T. On the eigenvalues of the lattice spin-boson model with at most one photon // E3S Web of Conferences. 587 (2024), art. no. 01002.

10. Расулов Т.Х. О ветвях существенного спектра решетчатой модели спин-бозона с не более чем двумя фотонами // Теоретическая и математическая физика, 186:2 (2016), С. 293-310.

11. Jurakulova F. Estimates for the lower and upper bounds of the essential spectrum of a 3x3 operator matrix // AIP Conf. Proc. 3377:1 (2025), art. no. 030018.

12. Расулов Т.Х. Асимптотика дискретного спектра одного модельного оператора, ассоциированного с системой трех частиц на решетке // Теоретическая и математическая физика. 163:1 (2010), С. 34-44.

13. Ismoilova D.E. To'rt o'lchamli qo'zg'alishga ega ikki kanalli molekulyar-rezonans modelining muhim va diskret spektrlari // Scientific progress. 2:3 (2021), 44-50 b.

14. Ismoilova D.E. To'rt o'lchamli qo'zg'alishga ega ikki kanalli molekulyar-rezonans modelining rezolventasi // Scientific progress. 2:3 (2021), 143-152 b.

15. Расулов Т.Х. О числе собственных значений одного матричного оператора // Сибирский математический журнал. 52:2 (2011), С. 400-415.

16. Tosheva N.A., Ismoilova D.E. Ikki kanalli molekulyar-rezonans modelining sonli tasviri // Scientific progress. 2:1 (2021), 1421-1428 b.

17. Расулов Т.Х., Дилмуродов Э.Б. Исследование числовой области значений одной операторной матрицы // Вестник Самарского государственного технического университета, Серия физико-математические науки, 35:2 (2014), С. 50-63.