"Monoton funksiyalar va chegaralangan variatsiyali funksiyalar" mavzusini o'qitishda "fikrlash va harakat" interfaol o'yinidan foydalanish

Mubina Shodmonovna Sharipova
Buxoro davlat universiteti

Annotatsiya: Maqolada oliy ta'limda "Monoton funksiyalar. Chegaralangan variatsiyali funksiyalar" mavzusini "Fikrlash va harakat" interfaol o'yini yordamida o'qitishning metodik imkoniyatlari tahlil qilinadi. Qoshiqda koptokchani belgilangan yo'nalish bo'ylab olib o'tish bilan bir vaqtda matematik savollarga javob berishga asoslangan mashg'ulot modeli taklif etiladi. Monotonlikni aniqlash, funksiyaning to'la variatsiyasini hisoblash va xulosalarni dalillash uchun namunaviy topshiriqlar, 80 daqiqalik dars rejasi hamda baholash mezonlari ishlab chiqiladi.

Kalit so'zlar: monoton funksiya, o'suvchi funksiya, kamayuvchi funksiya, chegaralangan variatsiya, to'la variatsiya, interfaol metod, fikrlash va harakat

Using the "Thinking and Acting" Interactive Game in Teaching the Topic "Monotonic Functions and Functions of Bounded Variation"

Mubina Shodmonovna Sharipova
Bukhara State University

Abstract: This article considers the methodological possibilities of teaching "Monotone Functions and Functions of Bounded Variation" in higher education through the interactive "Thinking and Movement" game. The proposed activity combines carrying a small ball on a spoon along a designated path with answering mathematical questions. Sample tasks on monotonicity, total variation and mathematical justification are presented together with an 80-minute lesson plan and assessment criteria.

Keywords: monotone function, increasing function, decreasing function, bounded variation, total variation, interactive learning, thinking and movement

Matematik analizda monoton funksiyalar va chegaralangan variatsiyali funksiyalar mavzusi funksiyalarning o'zgarishini miqdoriy va sifat jihatdan baholashga xizmat qiladi. Bu tushunchalar keyinchalik Stiltyes integrali, o'lchovlar

(cc) BY

nazariyasi hamda funksional analizning ayrim masalalarini o‘rganishda ham muhim o‘rin tutadi [1-3]. Mavzuni o‘zlashtirishda talabalar ko‘pincha funksiyaning monotonligini uning chegaralanganligi bilan aralashtiradilar yoki to‘la variatsiyani faqat funksiya qiymatlari ayirmasiga teng deb hisoblaydilar.

Shuning uchun ta’rifni yodlab aytishdan tashqari, turli oraliqlarda funksiyaning xatti-harakatini aniqlash, bo‘linishlar orqali variatsiya mohiyatini tushuntirish va misolga mos xulosa chiqarish talab etiladi. Faol ta’lim yondashuvlari talabalarni savolga javob berish, natijani asoslash va tengdoshlar bilan fikr almashishga jalb qilishni ko‘zda tutadi [4, 5]. “Fikrlash va harakat” o‘yini shu maqsadda jismoniy harakatni qisqa matematik topshiriq bilan birlashtiradi; harakatning o‘zi bilimni o‘lchash mezoni sifatida qaralmaydi.

Tadqiqotning maqsadi “Monoton funksiyalar. Chegaralangan variatsiyali funksiyalar” mavzusi uchun “Fikrlash va harakat” o‘yinining aniq qoidalari, mazmunan to‘g‘ri savollar tizimi, mashg‘ulot bosqichlari va baholash mezonlarini ishlab chiqishdan iborat. Quyida metodika amaliy dars loyihasi sifatida tavsiflanadi; uning samaradorligi haqida tajribada tasdiqlangan miqdoriy xulosalar berilmaydi.

$I = [a, b]$ kesmada aniqlangan f funksiya uchun $x_1 < x_2$ bo‘lganda $f(x_1) \leq f(x_2)$ bajarilsa, f kamaymaydigan (monoton o‘suvchi), $f(x_1) \geq f(x_2)$ bajarilsa, o‘smaydigan (monoton kamayuvchi) funksiya deyiladi. Qat’iy monotonlikda mos ravishda qat’iy $<$ yoki $>$ tengsizliklar ishlatiladi. Monoton funksiya uzluksiz bo‘lishi shart emas: u sakrashli uzilishlarga ega bo‘lishi mumkin.

$P = \{a = x_0 < x_1 < \cdots < x_{\mathrm{n}} = b\}$ bo‘linish uchun f funksiyaning variatsion yig‘indisi quyidagicha aniqlanadi:

$$S(f, P) = \sum_{i=1}^{n} |f(x_{\mathrm{i}}) - f(x_{\mathrm{i}-1})| .$$

Barcha chekli bo‘linishlar bo‘yicha yuqori chegara f funksiyaning $[a, b]$ kesmadagi to‘la variatsiyasi deyiladi:

$$\bigvee_{a}^{b}(f) = \sup_{\mathrm{p}} S(f, P).$$

Agar $\bigvee_a^b(f) < \infty$ bo‘lsa, f chegaralangan variatsiyali funksiya deyiladi. Har qanday monoton funksiyaning to‘la variatsiyasi $\bigvee_a^b(f) = |f(b) - f(a)|$ ga teng. Haqiqatan, kamaymaydigan f uchun yig‘indidagi barcha ayirmalar manfiy bo‘lmagani sababli ular teleskopik yig‘ilib $f(b) - f(a)$ ni beradi; o‘smaydigan hol ham shunga o‘xshash. Biroq buning teskarisi to‘g‘ri emas: $f(x) = |x|$ funksiya $[-1,1]$ kesmada monoton emas, ammo uning to‘la variatsiyasi 2 ga teng [4-25].

“Fikrlash va harakat” o‘yinida ikki talaba parallel yo‘nalishda harakatlanadi. Har biri qoshiqda kichik koptokchani ushlab, partalar oralig‘idan belgilangan manzilgacha

(cc) BY

olib boradi. O‘qituvchi harakat davomida qisqa savol beradi: talaba javobini og‘zaki aytadi, zarur bo‘lsa manzilga yetgach doskada yoki kartochkada asoslaydi. Juftliklar almashib turadi; qolgan talabalar javobning to‘g‘riligini tekshiruvchi kuzatuvchi sifatida qatnashadi. Harakat yugurishsiz, xavfsiz yo‘lakda bajariladi; koptok tushib ketsa, talaba uni olib yo‘lini davom ettiradi.

Topshiriqlar murakkabligi bosqichma-bosqich oshiriladi. Birinchi bosqichda monotonlik va oddiy ta’riflar, ikkinchisida to‘la variatsiya hisobi, uchinchisida esa noto‘g‘ri umumlashtirishlarni rad etadigan misollar beriladi. O‘qituvchi savolni oldindan tayyorlangan kartochkadan tanlashi mumkin. Harakat qilish imkoniyati cheklangan talaba uchun topshiriqni o‘tirgan holda bajarish yoki jamoaning matematik izohlovchisi bo‘lish varianti nazarda tutiladi.

1-jadval.

“Fikrlash va harakat” o‘yinida monotonlikka oid namunaviy savollar

№	Savol va topshiriq	Kutiladigan javob / asoslash
1	$f(x) = 3x - 2, [-1,2]$. Funksiya monotonmi?	Qat’iy o‘suvchi: x ortsa, $3x - 2$ ham ortadi. $V = 9$.
2	$f(x) = -x^2, [0,2]$. Qanday funksiya?	Kamayuvchi. $f(0) = 0, f(2) = -4;\ V = 4$.
3	$f(x) = x^2, [-1,1]$. Monotonmi?	Yo‘q. $[-1,0]$ da kamayadi, $[0,1]$ da o‘sadi.
4	$f(x) = \|x\|, [-2,1]$. Monotonmi?	Yo‘q. $[-2,0]$ da kamayadi, $[0,1]$ da o‘sadi; $V = 3$.
5	$f(x) = 1/x, [1,4]$. Monotonligini aniqlang.	Qat’iy kamayuvchi; $V = 1 - 1/4 = 3/4$.
6	Monoton funksiya uzilishga ega bo‘ladimi?	Ha. Masalan, $f(x) = 0\ (x < 1/2), f(x) = 1\ (x \geq 1/2)$.
7	Har bir chegaralangan variatsiyali funksiya monotonmi?	Yo‘q. $f(x) = \|x\|, [-1,1]$ - qarshi misol.

Birinchi bosqich savollari talabalarning oraliqqa e’tibor qaratishini ta’minlaydi. Masalan, x^2 funksiya $[0,1]$ da o‘suvchi bo‘lsa, $[-1,1]$ da monoton emas. Shu orqali funksiya haqidagi xulosa uni ko‘rib chiqilayotgan oraliqdan ajratib bo‘lmasligi ko‘rsatiladi. Savollarda to‘la variatsiyaning javob bilan birga berilishi tushunchalar orasidagi bog‘lanishni mustahkamlashga xizmat qiladi.

2-jadval.

To‘la variatsiyani hisoblashga oid namunaviy savollar

№	Savol va topshiriq	Kutiladigan javob / asoslash
8	To‘la variatsiya qanday aniqlanadi?	Bo‘linishlar bo‘yicha $\sum\|f(x_i) - f(x_{i-1})\|$ yig‘indilarining supremumi.
9	$f(x) = x, [0,3]$. To‘la variatsiyani toping.	Monoton o‘suvchi; $V = 3 - 0 = 3$.
10	$f(x) = sin\ x, [0,2\pi]. V$ ni toping.	$0 \to 1 \to -1 \to 0$ o‘zgarishlaridan $V = 1 + 2 + 1 = 4$.
11	$f(x) = x^2, [-2,1]. V$ ni hisoblang.	$4 \to 0 \to 1: V = 4 + 1 = 5$.
12	$f(x) = \|x - 1\|, [0,3]. V$ ni toping.	$1 \to 0 \to 2: V = 1 + 2 = 3$.

(cc) BY

№	Savol va topshiriq	Kutiladigan javob / asoslash
13	$f(x) = 2, [-1,1]$. V nechaga teng?	$V = 0$, chunki barcha qo‘shni qiymatlar ayirmasi nol.
14	$f(x) = 0$ $(x < 1/2), f(x) = 2$ $(x \geq 1/2), [0,1]$. V ni toping.	Bir marta 2 birlik sakraydi; $V = 2$.

To‘la variatsiyaga oid savollarni muhokama qilishda talabalardan faqat sonli javob emas, balki funksiyaning qaysi kesmalarda o‘sishi yoki kamayishini aytish ham talab etiladi. Masalan, $\sin x$ funksiyaning $[0,2\pi]$ dagi qiymatlari boshlangan va tugagan nuqtalarda teng bo‘lsa ham, $V = 0$ emas, $V = 4$ bo‘ladi. Shunday qilib, $|f(b) - f(a)|$ qiymat har qanday funksiya variatsiyasining formulasi emasligi, ushbu tenglik faqat monoton hol uchun kafolatlanishi aniqlashtiriladi.

3-jadval.

80 daqiqalik amaliy mashg‘ulotni tashkil etish

Bosqich (vaqt)	O‘qituvchi faoliyati	Talabalar faoliyati
Tashkiliy qism (10 daq.)	Maqsad, xavfsizlik qoidalari va baholash mezonlarini tushuntiradi.	Mavzu va o‘yin tartibi bilan tanishadi.
Nazariy faollashtirish (10 daq.)	Monotonlik, bo‘linish va to‘la variatsiya ta’riflarini eslatadi.	Ta’riflarni izohlaydi, sodda misollar aytadi.
Namoyish (10 daq.)	Bir juftlik bilan o‘yinni ko‘rsatadi, javobni asoslaydi.	O‘yin ketma-ketligini kuzatadi, savol beradi.
I bosqich (20 daq.)	1-7-savollarni berib, javoblarni solishtiradi.	Monotonlikni aniqlaydi, javobini izohlaydi.
II bosqich (15 daq.)	8-14-savollar bo‘yicha variatsiyani hisoblatadi.	Variatsiyani hisoblaydi va taqqoslaydi.
Muhokama (10 daq.)	Xatolarni ko‘rsatadi, xulosalarni umumlashtiradi.	Javobdagi xatolarni tuzatadi, dalillar keltiradi.
Yakun (5 daq.)	Baholaydi, qisqa refleksiya o‘tkazadi.	O‘zini baholaydi, xulosani aytadi.

Baholashda matematik mazmun ustun qo‘yiladi. Masalan, 10 ballik mezonda ta’rif yoki tasnifning to‘g‘riligi - 2 ball, tanlangan oraliq va matematik asoslash - 3 ball, variatsiyani to‘g‘ri hisoblash - 3 ball, jamoa bilan muloqot va o‘yin qoidalariga rioya qilish - 2 ball bilan baholanishi mumkin. Bunda harakat tezligi mustaqil baho mezoni emas; noto‘g‘ri javob uchun faqat matematik mezonlar doirasida ball kamaytiriladi. Yakuniy muhokamada “Funksiya monoton bo‘lmasa, uning variatsiyasi chekli bo‘lishi mumkinmi?” hamda “Nima uchun sin x ning uchlardagi qiymatlari teng bo‘lsa ham, variatsiyasi nol emas?” kabi savollardan foydalanish maqsadga muvofiq [10-25].

Metodikaning asosiy afzalligi bitta darsda og‘zaki javob, tezkor tasniflash, hisoblash va matematik isbot elementlarini uyg‘unlashtirishidadir. Shu bilan birga, auditoriyaning hajmi, talabalar soni va harakatlanish imkoniyatlarini hisobga olgan holda o‘yinni moslashtirish talab etiladi. Usulning motivatsiya, bilimni saqlash yoki

(cc) BY

akademik natijaga ta'siri haqida xulosa chiqarish uchun kelgusida tajriba va nazorat guruhlari natijalarini solishtirish zarur.

Xulosa. "Monoton funksiyalar. Chegaralangan variatsiyali funksiyalar" mavzusini o'qitish uchun "Fikrlash va harakat" o'yiniga asoslangan 80 daqiqalik amaliy mashg'ulot modeli taklif etildi. Monotonlik, variatsion yig'indi va to'la variatsiyani hisoblash bo'yicha 14 ta namunaviy savol hamda javoblar ishlab chiqildi. O'yin harakatni matematik fikrlash bilan bog'lab, tushunchalarni faqat yodlash emas, balki misollar orqali asoslashga yo'naltiriladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Rasulov T.H., Nematova S.B. Investigation of the Number of Negative Eigenvalues of a Third-Order Operator Matrix on a Noninteger Lattice // Russian Mathematics. - 2026. - Vol. 70, No. 1. - P. 86-91.

2. Бобоева М.Н. Метод графического органайзера при изучении темы «Множества неотрицательных целых чисел» // Проблемы науки. - 2021. - № 4 (63). - С. 72-75.

3. Umarova U.U. The method of "Working in small groups" in teaching the topic of logical operations on feedback // Scientific Progress. - 2021. - Vol. 2, No. 6. - P. 803-809.

4. Umirqulova G.H. Panjaradagi uch zarrachali sistemaga mos model gamiltonianning muhim spektrining tavsifi // O'zMU xabarlari. - Toshkent, 2024. - B. 118-126.

5. Boboyeva M.N. Incorporate knowledge of different professions through problem-solving in school math classes // Science and Education. - 2021. - Vol. 2, No. 8. - P. 496-504.

6. Шарипова М.Ш. Оценки для границ одной 3 × 3 операторной матрицы // Труды Математического центра имени Н.И. Лобачевского. - Казань: КФУ, 2023. - Т. 66. - С. 295-296.

7. Avezov A.X. Interfaol usullarni qo'llab funksiyaning differensiali va uning taqribiy hisoblashga doir misollar yechish // Science and Education. - 2021. - Vol. 2, No. 12. - P. 451-461.

8. Rasulov T., Umirqulova G. Asymptotic expansion of Fredholm determinant associated to a family of Friedrichs models arising in quantum mechanics // Наносистемы: физика, химия, математика. - 2025. - Vol. 16, No. 5. - P. 586-592.

9. Boboyeva M.N. Increasing creative activity of students by application of methods of analysis and synthesis in mathematics lessons // ResearchJet Journal of Analysis and Inventions. - 2022. - Vol. 3, No. 5. - P. 67-75.

(cc) BY

10. Umirqulova G.H.Q., Ne'matova S.B.Q. Chiziqli operatorning sonli tasviri haqida ayrim tasdiqlar va misollar // Science and Education. - 2022. - Vol. 3, No. 5. - B. 57-68.

11. Avezov A.X. "Kompleks sonlar" mavzusini o'qitishda "Bumerang" texnologiyasi // Science and Education. - 2021. - Vol. 2, No. 12. - B. 430-440.

12. Umarova U., Boboyeva M., Mardanova F. Integration of digital technologies into the educational process // AIP Conference Proceedings. - 2025. - Vol. 3268, No. 1. - Article 060035.

13. Неъматова Ш.Б. О свойствах определителя Фредгольма, ассоциированный с обобщенной модели Фридрихса на нецелочисленной решетке // ACTA NUUz. - 2025. - № 2 (2.2). - С. 184-191.

14. Umarova U.U. "Relationships. Binary Relationships" and "Domino" methods for lectures and practical classes // Scientific Progress. - 2021. - Vol. 2, No. 6. - P. 982-988.

15. Rasulov T.H., Sharipova M.Sh. Spectral estimates for the bounds of an operator matrix of order three // Russian Mathematics. - 2025. - Vol. 69, No. 6. - P. 73-78.

16. Umirqulova G. Sanoqli to'plamlar va ularning xossalari mavzusini o'qitishda ayrim interfaol usullar // Центр научных публикаций (buxdu.uz). - 2021. - Т. 8, № 8.

17. Umarova U.U. Problem-based learning technology in finding a formula using a truth table // Scientific Progress. - 2021. - Vol. 2, No. 6. - P. 832-838.

18. Avezov A.X. Matematikani o'qitishda interfaol metodlar: "Keys-stadi" metodi // Science and Education. - 2021. - Vol. 2, No. 12. - B. 462-470.

19. Boboyeva M.N. Prospects for improving the teaching of "mathematics" in schools // Science and Education. - 2021. - Vol. 2, No. 8. - P. 486-495.

20. Расулов Т.Х., Неъматова Ш.Б. Исследование числа отрицательных собственных значений операторной матрицы третьего порядка на нецелочисленной решетке // Известия высших учебных заведений. Математика. - 2026. - С. 100-106.

21. Avezov A.X. Funksiya hosilasi mavzusini o'qitishda "Kichik guruhlarda ishlash" metodi // Science and Education. - 2021. - Vol. 2, No. 12. - B. 441-450.

22. Rasulov T.H., Umirkulova G.H. Essential spectrum and spectral bounds of a three-particle Hamiltonian on a one-dimensional lattice // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii. Matematika. - 2026. - P. 87-93.

23. Umarova U.U. "Brainstorming" and "Case Study" methods in teaching the topic "Basic equally powerful formulas of reasoning algebra" // Scientific Progress. - 2021. - Vol. 2, No. 6. - P. 818-824.

(cc) BY

24. Sharipova M.Sh. On the construction of the resolvent operator for a 3 × 3 operator matrix in Fock space // AIP Conference Proceedings. - 2025. - Vol. 3377. - Article 030005.

25. Avezov A.X. Funksiyaning to‘la o‘zgarishini hisoblashga doir misollar yechish yo‘llari // Science and Education. - 2021. - Vol. 2, No. 12. - B. 50-61